Cours de Statistiques Inférentielles

CQLS : cqls@upmf-grenoble.fr

10 février 2017

Plan

Objectif et questions

Problématique associée à ce cours

On s'intéresse aux performances relatives de l'ensemble des petites et moyennes entreprises (PME) de deux pays fictifs notés P1 et P2 en 2004 et 2005 en analysant leurs chiffres d'affaires (exprimés dans une même unité). Ne pouvant pas interroger l'ensemble des PME, on ne pourra disposer que des chiffres d'affaires sur des échantillons de PME (les tailles d'échantillons seront précisées plus tard).

Question 1

En 2005, le C.A. annuel moyen des PME du pays P_1 est-il de plus de 20 unités supérieur à celui du pays P_2 ?

Question 2

En 2005, le C.A. annuel moyen des PME du pays P_1 est-il de plus de 20% supérieur à celui du pays P_2 ?

Questions (suite)

Question 3

En 2005, l'hétérogénéité (mesurée par la variance) des C.A. annuels des PME du pays P_1 est-elle différente de celle du pays P_2 ?

Question 4

En 2005, l'hétérogénéité des C.A. annuels des PME du pays P_1 est-elle de plus de 25% supérieure à celle du pays P_2 ?

Question 5

Le C.A. moyen des PME de P1 a-t-il augmenté de plus de 10 unités entre 2004 et 2005 ? Pour traiter cette question, on disposera des chiffres d'affaires des mêmes n PME en 2004 et 2005.

Plan

Nbre de paramètres pour décrire $\mathbf{H_1}$?

2 paramètres

1 paramètre

Nbre de paramètres pour décrire $\mathbf{H_1}$?

2 paramètres

Nbre de paramètres pour décrire $\mathbf{H_1}$?

2 paramètres

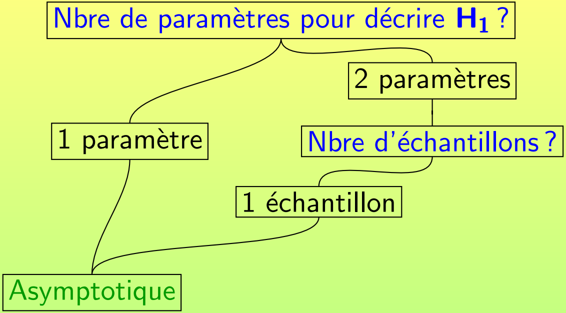
Nbre d'échantillons ?

Nbre de paramètres pour décrire $\mathbf{H_1}$?

2 paramètres

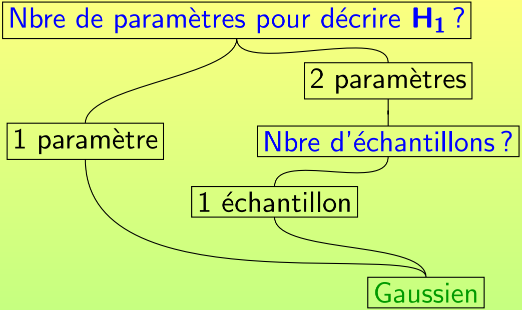
Nbre d'échantillons ?

1 échantillon



Paramètre : $\mu^{(1)} - \mu^{(2)} = \mu^D := \mathbb{E}\left(Y_i^D\right)$="moyenne de Différence"
où $Y_i^D := Y_i^{(1)} - Y_i^{(2)}$="Différence de variables"
Données : $\mathbf{Y^D} = (Y_1^D, \cdots, Y_n^D)$ avec $n \geq 30$
Statistique de test sous $\mathbf{H_0}$:

$$\boxed{\widehat{\delta_{\mu^\bullet,\mu_0}}(\mathbf{Y}) := \frac{\widehat{\mu^\bullet}(\mathbf{Y}) - \mu_0}{\widehat{\sigma_{\widehat{\mu^\bullet}}}(\mathbf{Y})} \overset{approx.}{\leadsto} \mathcal{N}(0,1)}$$



Paramètre : $\mu^{(1)} - \mu^{(2)} = \mu^D := \mathbb{E}\left(Y_i^D\right)=$"moyenne de Différence"

où $Y_i^D := Y_i^{(1)} - Y_i^{(2)}=$"Différence de variables"$\rightsquigarrow \mathcal{N}(\mu^D, \sigma_D)$

Données : $\mathbf{Y^D} = (Y_1^D, \cdots, Y_n^D)$

Statistique de test sous $\mathbf{H_0}$:

$$\boxed{\widehat{\delta_{\mu^\bullet,\mu_0}}\left(\mathbf{Y}\right) := \frac{\widehat{\mu^\bullet}\left(\mathbf{Y}\right) - \mu_0}{\sigma_{\widehat{\mu^\bullet}}\left(\mathbf{Y}\right)} \rightsquigarrow \mathcal{S}t(n-1)}$$

Nbre de paramètres pour décrire $\mathbf{H_1}$?

2 paramètres

Nbre d'échantillons ?

2 échantillons

Nbre de paramètres pour décrire $\mathbf{H_1}$?

2 paramètres

Nbre d'échantillons ?

2 échantillons

Asymptotique

Données : $\mathbf{Y} = (Y_1^{(1)}, \cdots, Y_{n_1}^{(1)}, Y_1^{(2)}, \cdots, Y_{n_2}^{(2)})$ avec $n^{(1)}, n^{(2)} \geq 30$

Statistique de test sous $\mathbf{H_0}$:

$d_\mu = \mu^{(1)} - \mu^{(2)}$	$\widehat{\delta_{d_\mu,d_0}}(\mathbf{Y}) := \frac{\widehat{d_\mu}(\mathbf{Y}) - d_0}{\widehat{\sigma_{\widehat{d_\mu}}}(\mathbf{Y})} \overset{approx.}{\rightsquigarrow} \mathcal{N}(0,1)$
$d_{\sigma^2} = \sigma^2_{(1)} - \sigma^2_{(2)}$	$\widehat{\delta_{d_{\sigma^2},d_0}}(\mathbf{Y}) := \frac{\widehat{d_{\sigma^2}}(\mathbf{Y}) - d_0}{\widehat{\sigma_{\widehat{d_{\sigma^2}}}}(\mathbf{Y})} \overset{approx.}{\rightsquigarrow} \mathcal{N}(0,1)$
$r_\mu = \mu^{(1)} / \mu^{(2)}$	$\widehat{\delta_{r_\mu,r_0}}(\mathbf{Y}) := \frac{\widehat{r_\mu}(\mathbf{Y}) - r_0}{\widehat{\sigma_{\widehat{r_\mu}}}(\mathbf{Y})} \overset{approx.}{\rightsquigarrow} \mathcal{N}(0,1)$
$r_{\sigma^2} = \sigma^2_{(1)} / \sigma^2_{(2)}$	$\widehat{\delta_{r_{\sigma^2},r_0}}(\mathbf{Y}) := \frac{\widehat{r_{\sigma^2}}(\mathbf{Y}) - r_0}{\widehat{\sigma_{\widehat{r_{\sigma^2}}}}(\mathbf{Y})} \overset{approx.}{\rightsquigarrow} \mathcal{N}(0,1)$

Nbre de paramètres pour décrire $\mathbf{H_1}$?

2 paramètres

Nbre d'échantillons ?

2 échantillons

Gaussien

Données : $\mathbf{Y} = (Y_1^{(1)}, \cdots, Y_{n_1}^{(1)}, Y_1^{(2)}, \cdots, Y_{n_2}^{(2)})$

avec $Y_{i_1}^{(1)} \rightsquigarrow \mathcal{N}(\mu^{(1)}, \sigma_{(1)})$ et $Y_{i_2}^{(2)} \rightsquigarrow \mathcal{N}(\mu^{(2)}, \sigma_{(2)})$

Statistique de test sous $\mathbf{H_0}$:

$d_\mu = \mu^{(1)} - \mu^{(2)}$	$\widehat{\delta_{d_\mu, d_0}}(\mathbf{Y}) := \frac{\widehat{d_\mu}(\mathbf{Y}) - d_0}{\widehat{\sigma_{\widehat{d_\mu}}}(\mathbf{Y})} \rightsquigarrow \mathcal{S}t(n^{(1)} + n^{(2)} - 2)$
$r_{\sigma^2} = \sigma^2_{(1)} / \sigma^2_{(2)}$	$\widehat{\delta_{r_{\sigma^2}, r_0}}(\mathbf{Y}) := \frac{\widehat{r_{\sigma^2}}(\mathbf{Y})}{r_0} \rightsquigarrow \mathcal{F}(n^{(1)} - 1, n^{(2)} - 1)$

Plan

Assertion d'intérêt pour Question 1

En 2005, le C.A. annuel moyen des PME du pays P_1 est-il de plus de 20 unités supérieur à celui du pays P_2 ?

Assertion d'intérêt pour Question 1

En 2005, le C.A. annuel moyen des PME du pays P_1 est-il de plus de 20 unités supérieur à celui du pays P_2 ?

Réponse :

$$\mathbf{H_1} : \mu^{P1} > \mu^{P2} + 20 \Longleftrightarrow$$

Assertion d'intérêt pour Question 1

En 2005, le C.A. annuel moyen des PME du pays P_1 est-il de plus de 20 unités supérieur à celui du pays P_2 ?

Réponse :

$$\mathbf{H_1} : \mu^{P1} > \mu^{P2} + 20 \Longleftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} d_\mu := \mu^{P1} - \mu^{P2} > 20 \\ \text{ou} \\ d_\mu := \mu^{P2} - \mu^{P1} < -20 \end{array} \right.$$

Assertion d'intérêt pour Question 1

En 2005, le C.A. annuel moyen des PME du pays P_1 est-il de plus de 20 unités supérieur à celui du pays P_2 ?

Réponse :

$$\mathbf{H_1} : \mu^{P1} > \mu^{P2} + 20 \Longleftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} d_\mu := \mu^{P1} - \mu^{P2} > 20 \\ \text{ou} \\ d_\mu := \mu^{P2} - \mu^{P1} < -20 \end{array} \right.$$

Assertion d'intérêt pour Question 2

En 2005, le C.A. annuel moyen des PME du pays P_1 est-il de plus de 20% à celui du pays P_2 ?

Assertion d'intérêt pour Question 1

En 2005, le C.A. annuel moyen des PME du pays P_1 est-il de plus de 20 unités supérieur à celui du pays P_2 ?

Réponse :

$$\mathbf{H_1} : \mu^{P1} > \mu^{P2} + 20 \Longleftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} d_\mu := \mu^{P1} - \mu^{P2} > 20 \\ \text{ou} \\ d_\mu := \mu^{P2} - \mu^{P1} < -20 \end{array} \right.$$

Assertion d'intérêt pour Question 2

En 2005, le C.A. annuel moyen des PME du pays P_1 est-il de plus de 20% à celui du pays P_2 ?

Réponse : (<u>Attention</u> : différence de moyennes n'est pas possible ! !)

$$\mathbf{H_1} : \mu^{P1} > (1 + 20\%)\mu^{P2} \Longleftrightarrow$$

Assertion d'intérêt pour Question 1

En 2005, le C.A. annuel moyen des PME du pays P_1 est-il de plus de 20 unités supérieur à celui du pays P_2 ?

Réponse :

$$\mathbf{H_1} : \mu^{P1} > \mu^{P2} + 20 \Longleftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} d_\mu := \mu^{P1} - \mu^{P2} > 20 \\ \text{ou} \\ d_\mu := \mu^{P2} - \mu^{P1} < -20 \end{array} \right.$$

Assertion d'intérêt pour Question 2

En 2005, le C.A. annuel moyen des PME du pays P_1 est-il de plus de 20% à celui du pays P_2 ?

Réponse : (<u>Attention</u> : différence de moyennes n'est pas possible ! !)

$$\mathbf{H_1} : \mu^{P1} > (1 + 20\%)\mu^{P2} \Longleftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} r_\mu := \frac{\mu^{P1}}{\mu^{P2}} > 1.2 \\ \text{ou} \\ r_\mu := \frac{\mu^{P2}}{\mu^{P1}} < 1/1.2 \end{array} \right.$$

Assertion d'intérêt pour Question 3

En 2005, l'hétérogénéité (mesurée par la variance) des C.A. annuels des PME du pays P_1 est-elle différente de celle du pays P_2 ?

Assertion d'intérêt pour Question 3

En 2005, l'hétérogénéité (mesurée par la variance) des C.A. annuels des PME du pays P_1 est-elle différente de celle du pays P_2 ?
Réponse :

$$\mathbf{H_1} : \sigma^2_{P1} \neq \sigma^2_{P2} \Longleftrightarrow$$

Assertion d'intérêt pour Question 3

En 2005, l'hétérogénéité (mesurée par la variance) des C.A. annuels des PME du pays P_1 est-elle différente de celle du pays P_2 ?

Réponse :

$$\mathbf{H_1} : \sigma^2_{P1} \neq \sigma^2_{P2} \Longleftrightarrow \begin{cases} d_{\sigma^2} := \sigma^2_{P1} - \sigma^2_{P2} \neq 0 \Longleftrightarrow r_{\sigma^2} := \frac{\sigma^2_{P1}}{\sigma^2_{P2}} \neq 1 \\ \text{ou} \\ d_{\sigma^2} := \sigma^2_{P2} - \sigma^2_{P1} \neq 0 \Longleftrightarrow r_{\sigma^2} := \frac{\sigma^2_{P2}}{\sigma^2_{P1}} \neq 1 \end{cases}$$

Assertion d'intérêt pour Question 4

En 2005, l'hétérogénéité des C.A. annuels des PME du pays P_1 est-elle de plus de 25% supérieure à celle du pays P_2 ?

Assertion d'intérêt pour Question 3

En 2005, l'hétérogénéité (mesurée par la variance) des C.A. annuels des PME du pays P_1 est-elle différente de celle du pays P_2 ?

Réponse :

$$\mathbf{H_1} : \sigma^2_{P1} \neq \sigma^2_{P2} \Longleftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} d_{\sigma^2} := \sigma^2_{P1} - \sigma^2_{P2} \neq 0 \Longleftrightarrow r_{\sigma^2} := \frac{\sigma^2_{P1}}{\sigma^2_{P2}} \neq 1 \\ \text{ou} \\ d_{\sigma^2} := \sigma^2_{P2} - \sigma^2_{P1} \neq 0 \Longleftrightarrow r_{\sigma^2} := \frac{\sigma^2_{P2}}{\sigma^2_{P1}} \neq 1 \end{array} \right.$$

Assertion d'intérêt pour Question 4

En 2005, l'hétérogénéité des C.A. annuels des PME du pays P_1 est-elle de plus de 25% supérieure à celle du pays P_2 ?

Réponse :

$$\mathbf{H_1} : \sigma^2_{P1} > (1 + 25\%)\sigma^2_{P2} \Longleftrightarrow$$

Assertion d'intérêt pour Question 3

En 2005, l'hétérogénéité (mesurée par la variance) des C.A. annuels des PME du pays P_1 est-elle différente de celle du pays P_2 ?

Réponse :

$$\mathbf{H_1} : \sigma^2_{P1} \neq \sigma^2_{P2} \Longleftrightarrow \begin{cases} d_{\sigma^2} := \sigma^2_{P1} - \sigma^2_{P2} \neq 0 \Longleftrightarrow r_{\sigma^2} := \frac{\sigma^2_{P1}}{\sigma^2_{P2}} \neq 1 \\ \text{ou} \\ d_{\sigma^2} := \sigma^2_{P2} - \sigma^2_{P1} \neq 0 \Longleftrightarrow r_{\sigma^2} := \frac{\sigma^2_{P2}}{\sigma^2_{P1}} \neq 1 \end{cases}$$

Assertion d'intérêt pour Question 4

En 2005, l'hétérogénéité des C.A. annuels des PME du pays P_1 est-elle de plus de 25% supérieure à celle du pays P_2 ?

Réponse :

$$\mathbf{H_1} : \sigma^2_{P1} > (1 + 25\%)\sigma^2_{P2} \Longleftrightarrow \begin{cases} r_{\sigma^2} := \frac{\sigma^2_{P1}}{\sigma^2_{P2}} > 1.25 \\ \text{ou} \\ r_{\sigma^2} := \frac{\sigma^2_{P2}}{\sigma^2_{P1}} < 1/1.25 \end{cases}$$

Assertion d'intérêt pour Question 5

Le C.A. moyen des PME de P1 a-t-il augmenté de plus de 10 unités entre 2004 et 2005 ? Pour traiter cette question, on disposera des chiffres d'affaires des mêmes n PME en 2004 et 2005.

Assertion d'intérêt pour Question 5

Le C.A. moyen des PME de P1 a-t-il augmenté de plus de 10 unités entre 2004 et 2005 ? Pour traiter cette question, on disposera des chiffres d'affaires des mêmes n PME en 2004 et 2005.

Réponse :

- test basé sur deux paramètres mais seulement sur un seul échantillon car les mêmes n PME ont été interrogées.
- Construire la variable d'intérêt Différence de C.A. :
$$Y^D := Y^{04} - Y^{05} \text{ ou } Y^D := Y^{05} - Y^{04}.$$
- $\mu^D :=$ moy. de diff.$= \mathbb{E}\left(Y^D\right)(= \mu^{04} - \mu^{05}$ ou $\mu^{05} - \mu^{04})$.

Assertion d'intérêt pour Question 5

Le C.A. moyen des PME de P1 a-t-il augmenté de plus de 10 unités entre 2004 et 2005 ? Pour traiter cette question, on disposera des chiffres d'affaires des mêmes n PME en 2004 et 2005.

Réponse :

- test basé sur deux paramètres mais seulement sur un seul échantillon car les mêmes n PME ont été interrogées.
- Construire la variable d'intérêt Différence de C.A. :
$$Y^D := Y^{04} - Y^{05} \text{ ou } Y^D := Y^{05} - Y^{04}.$$
- $\mu^D :=$ moy. de diff.$=\mathbb{E}\left(Y^D\right)(= \mu^{04} - \mu^{05}$ ou $\mu^{05} - \mu^{04})$.
$\Longrightarrow$ ($\mu^D =$"Moyenne de Différence")$\neq$($d_\mu =$"Différence de Moyennes" !)

$$\mathbf{H_1} : \mu^{05} > \mu^{04} + 10 \Longleftrightarrow$$

Assertion d'intérêt pour Question 5

Le C.A. moyen des PME de P1 a-t-il augmenté de plus de 10 unités entre 2004 et 2005 ? Pour traiter cette question, on disposera des chiffres d'affaires des mêmes n PME en 2004 et 2005.

Réponse :

- test basé sur deux paramètres mais seulement sur un seul échantillon car les mêmes n PME ont été interrogées.
- Construire la variable d'intérêt Différence de C.A. :
$$Y^D := Y^{04} - Y^{05} \text{ ou } Y^D := Y^{05} - Y^{04}.$$
- $\mu^D :=$ moy. de diff.$=\mathbb{E}\left(Y^D\right)(= \mu^{04} - \mu^{05}$ ou $\mu^{05} - \mu^{04})$.
$\Longrightarrow (\mu^D =$"Moyenne de Différence"$)\neq(d_\mu =$"Différence de Moyennes" !)

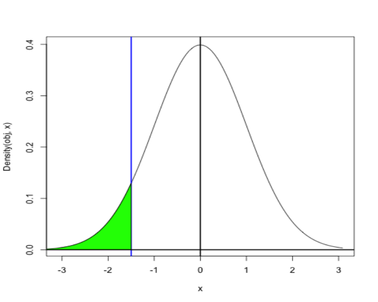
$$\mathbf{H_1} : \mu^{05} > \mu^{04} + 10 \Longleftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} \mu^D := \mu^{04} - \mu^{05} < -10 \\ \text{ou} \\ \mu^D := \mu^{05} - \mu^{04} > 10 \end{array} \right.$$

Relation générale entre le signe de `deltaEst.H0` et `ploi(deltaEst.H0,...)`

Lorsque $\mathcal{L}_0 \overset{\text{R}}{=}$ `loi(...)` est soit une $\mathcal{N}(0,1) \overset{\text{R}}{=}$ `norm()` soit une $\mathcal{S}t(\ldots) \overset{\text{R}}{=}$ `t(...)`, on a les équivalences suivantes :

- `deltaEst.H0` $< 0 \Longleftrightarrow$ `ploi(deltaEst.H0,...)` $\left\{ \begin{array}{c} < \\ > \end{array} \right\}$???

Illustration graphique :

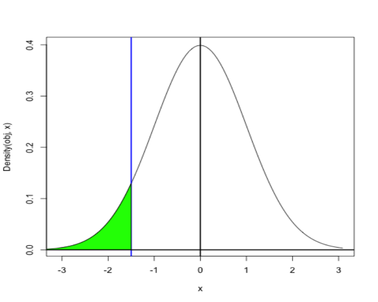


Relation générale entre le signe de `deltaEst.H0` *et* `ploi(deltaEst.H0,...)`

Lorsque $\mathcal{L}_0 \stackrel{\mathsf{R}}{=}$ `loi(...)` est soit une $\mathcal{N}(0,1) \stackrel{\mathsf{R}}{=}$ `norm()` soit une $\mathcal{S}t(...) \stackrel{\mathsf{R}}{=}$ `t(...)`, on a les équivalences suivantes :

- `deltaEst.H0` $< 0 \Longleftrightarrow$ `ploi(deltaEst.H0,...)` $< 50\%$

Illustration graphique :

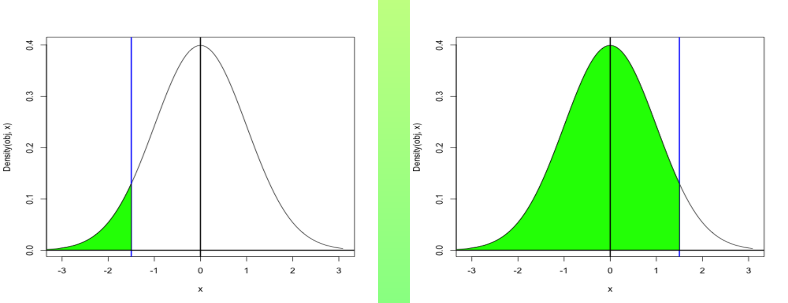


Relation générale entre le signe de `deltaEst.H0` *et* `ploi(deltaEst.H0,...)`

Lorsque $\mathcal{L}_0 \overset{R}{=}$ `loi(...)` est soit une $\mathcal{N}(0,1) \overset{R}{=}$ `norm()` soit une $\mathcal{S}t(...) \overset{R}{=}$ `t(...)`, on a les équivalences suivantes :

- `deltaEst.H0` $< 0 \Longleftrightarrow$ `ploi(deltaEst.H0,...)` $< 50\%$
- `deltaEst.H0` $> 0 \Longleftrightarrow$ `ploi(deltaEst.H0,...)` $\left\{ \begin{array}{c} < \\ > \end{array} \right\} ???$

Illustration graphique :

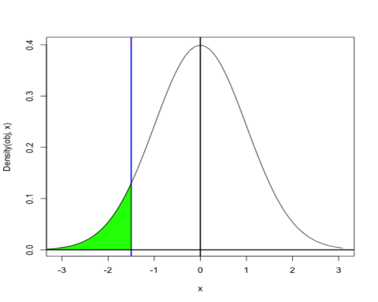


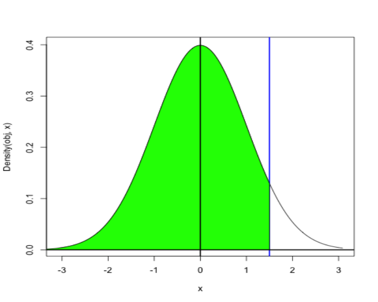
Relation générale entre le signe de `deltaEst.H0` *et* `ploi(deltaEst.H0,...)`

Lorsque $\mathcal{L}_0 \stackrel{R}{=}$ `loi(...)` est soit une $\mathcal{N}(0,1) \stackrel{R}{=}$ `norm()` soit une $\mathcal{S}t(...) \stackrel{R}{=}$ `t(...)`, on a les équivalences suivantes :

- `deltaEst.H0` $< 0 \Longleftrightarrow$ `ploi(deltaEst.H0,...)` $< 50\%$
- `deltaEst.H0` $> 0 \Longleftrightarrow$ `ploi(deltaEst.H0,...)` $> 50\%$

Illustration graphique :





Choix du paramètre $\mathbf{d}_\mu$ *pour affirmation d'intérêt* $\mathbf{H_1}$ *:* $\mu^{P1} > \mu^{P2} + 20$ *?*

- Indications R :

```
> c(length(yP1),length(yP2),mean(yP1),mean(yP2))
[1] 20 20 97.8735 74.879
> pt(deltaEst.H0,length(yP1)+length(yP2)-2)
[1] 0.8629092 # p-valeur gauche
```

Choix du paramètre d_μ pour affirmation d'intérêt $\mathbf{H_1}$: $\mu^{P1} > \mu^{P2} + 20$?

- Indications R :

```
> c(length(yP1),length(yP2),mean(yP1),mean(yP2))
[1] 20 20 97.8735 74.879
> pt(deltaEst.H0,length(yP1)+length(yP2)-2)
[1] 0.8629092 # p-valeur gauche
```

- Deux choix possibles pour le paramètre d_μ et l'affirmation d'intérêt $\mathbf{H}_1$:

paramètre	$d_\mu := \mu^{P1} - \mu^{P2}$	$d_\mu := \mu^{P2} - \mu^{P1}$
$\mathbf{H_1}$	$d_\mu := \mu^{P1} - \mu^{P2} > 20$	$d_\mu := \mu^{P2} - \mu^{P1} < -20$
`deltaEst.H0`	$\widehat{\delta_{d_\mu,20}}\left(\mathbf{y^{P1}}, \mathbf{y^{P2}}\right)$	$\widehat{\delta_{d_\mu,-20}}\left(\mathbf{y^{P2}}, \mathbf{y^{P1}}\right)$
`deltaEst.H0` du signe de	$\widehat{d_\mu}\left(\mathbf{y^{P1}}, \mathbf{y^{P2}}\right) - 20$ $= \widehat{\mu^{P1}}\left(\mathbf{y^{P1}}\right) - \widehat{\mu^{P2}}\left(\mathbf{y^{P2}}\right) - 20$	$\widehat{d_\mu}\left(\mathbf{y^{P2}}, \mathbf{y^{P1}}\right) - (-20)$ $= \widehat{\mu^{P2}}\left(\mathbf{y^{P2}}\right) - \widehat{\mu^{P1}}\left(\mathbf{y^{P1}}\right) - (-20)$

Choix du paramètre d_μ *pour affirmation d'intérêt* $\mathbf{H_1}$: $\mu^{P1} > \mu^{P2} + 20$?

- Indications R :

```
> c(length(yP1),length(yP2),mean(yP1),mean(yP2))
[1] 20 20 97.8735 74.879
> pt(deltaEst.H0,length(yP1)+length(yP2)-2)
[1] 0.8629092 # p-valeur gauche
```

- Deux choix possibles pour le paramètre d_μ et l'affirmation d'intérêt $\mathbf{H_1}$:

paramètre	$d_\mu := \mu^{P1} - \mu^{P2}$	$d_\mu := \mu^{P2} - \mu^{P1}$
$\mathbf{H_1}$	$d_\mu := \mu^{P1} - \mu^{P2} > 20$	$d_\mu := \mu^{P2} - \mu^{P1} < -20$
`deltaEst.H0`	$\widehat{\delta_{d_\mu,20}}\left(\mathbf{y^{P1}}, \mathbf{y^{P2}}\right)$	$\widehat{\delta_{d_\mu,-20}}\left(\mathbf{y^{P2}}, \mathbf{y^{P1}}\right)$
`deltaEst.H0` du signe de	$\widehat{d_\mu}\left(\mathbf{y^{P1}}, \mathbf{y^{P2}}\right) - 20$ $= \widehat{\mu^{P1}}\left(\mathbf{y^{P1}}\right) - \widehat{\mu^{P2}}\left(\mathbf{y^{P2}}\right) - 20$	$\widehat{d_\mu}\left(\mathbf{y^{P2}}, \mathbf{y^{P1}}\right) - (-20)$ $= \widehat{\mu^{P2}}\left(\mathbf{y^{P2}}\right) - \widehat{\mu^{P1}}\left(\mathbf{y^{P1}}\right) - (-20)$

- `deltaEst.H0` et $\widehat{d_\mu}\left(\mathbf{y^{P1}}, \mathbf{y^{P2}}\right) - 20 \left\{ \begin{array}{lcl} \text{mêmes signes} & \Rightarrow & \mathbf{H_1} : d_\mu := \mu^{P1} - \mu^{P2} > 20 \\ \text{signes opposés} & \Rightarrow & \mathbf{H_1} : d_\mu := \mu^{P2} - \mu^{P1} < -20 \end{array} \right.$

Choix du paramètre d_μ *pour affirmation d'intérêt* $\mathbf{H_1}$ *:* $\mu^{P1} > \mu^{P2} + 20$ *?*

- Indications R :

```
> c(length(yP1),length(yP2),mean(yP1),mean(yP2))
[1] 20 20 97.8735 74.879
> pt(deltaEst.H0,length(yP1)+length(yP2)-2)
[1] 0.8629092 # p-valeur gauche
```

- Deux choix possibles pour le paramètre d_μ et l'affirmation d'intérêt $\mathbf{H_1}$:

paramètre	$d_\mu := \mu^{P1} - \mu^{P2}$	$d_\mu := \mu^{P2} - \mu^{P1}$
$\mathbf{H_1}$	$d_\mu := \mu^{P1} - \mu^{P2} > 20$	$d_\mu := \mu^{P2} - \mu^{P1} < -20$
`deltaEst.H0`	$\widehat{\delta_{d_\mu,20}}\left(\mathbf{y^{P1}}, \mathbf{y^{P2}}\right)$	$\widehat{\delta_{d_\mu,-20}}\left(\mathbf{y^{P2}}, \mathbf{y^{P1}}\right)$
`deltaEst.H0` du signe de	$\widehat{d_\mu}\left(\mathbf{y^{P1}}, \mathbf{y^{P2}}\right) - 20$ $= \widehat{\mu^{P1}}\left(\mathbf{y^{P1}}\right) - \widehat{\mu^{P2}}\left(\mathbf{y^{P2}}\right) - 20$	$\widehat{d_\mu}\left(\mathbf{y^{P2}}, \mathbf{y^{P1}}\right) - (-20)$ $= \widehat{\mu^{P2}}\left(\mathbf{y^{P2}}\right) - \widehat{\mu^{P1}}\left(\mathbf{y^{P1}}\right) - (-20)$

- `deltaEst.H0` et $\widehat{d_\mu}\left(\mathbf{y^{P1}}, \mathbf{y^{P2}}\right) - 20 \begin{cases} \text{mêmes signes} & \Rightarrow \quad \mathbf{H_1} : d_\mu := \mu^{P1} - \mu^{P2} > 20 \\ \text{signes opposés} & \Rightarrow \quad \mathbf{H_1} : d_\mu := \mu^{P2} - \mu^{P1} < -20 \end{cases}$

Application Numérique : `deltaEst.H0` > 0 puisque p-valeur$> 50\%$

Choix du paramètre d_μ pour affirmation d'intérêt $\mathbf{H_1}$: $\mu^{P1} > \mu^{P2} + 20$?

- Indications R :

```
> c(length(yP1),length(yP2),mean(yP1),mean(yP2))
[1] 20 20 97.8735 74.879
> pt(deltaEst.H0,length(yP1)+length(yP2)-2)
[1] 0.8629092 # p-valeur gauche
```

- Deux choix possibles pour le paramètre d_μ et l'affirmation d'intérêt $\mathbf{H_1}$:

paramètre	$d_\mu := \mu^{P1} - \mu^{P2}$	$d_\mu := \mu^{P2} - \mu^{P1}$
$\mathbf{H_1}$	$d_\mu := \mu^{P1} - \mu^{P2} > 20$	$d_\mu := \mu^{P2} - \mu^{P1} < -20$
`deltaEst.H0`	$\widehat{\delta_{d_\mu,20}}\left(\mathbf{y^{P1}}, \mathbf{y^{P2}}\right)$	$\widehat{\delta_{d_\mu,-20}}\left(\mathbf{y^{P2}}, \mathbf{y^{P1}}\right)$
`deltaEst.H0` du signe de	$\widehat{d_\mu}\left(\mathbf{y^{P1}}, \mathbf{y^{P2}}\right) - 20$ $= \widehat{\mu^{P1}}\left(\mathbf{y^{P1}}\right) - \widehat{\mu^{P2}}\left(\mathbf{y^{P2}}\right) - 20$	$\widehat{d_\mu}\left(\mathbf{y^{P2}}, \mathbf{y^{P1}}\right) - (-20)$ $= \widehat{\mu^{P2}}\left(\mathbf{y^{P2}}\right) - \widehat{\mu^{P1}}\left(\mathbf{y^{P1}}\right) - (-20)$

- `deltaEst.H0` et $\widehat{d_\mu}\left(\mathbf{y^{P1}}, \mathbf{y^{P2}}\right) - 20 \begin{cases} \text{mêmes signes} & \Rightarrow \quad \mathbf{H_1} : d_\mu := \mu^{P1} - \mu^{P2} > 20 \\ \text{signes opposés} & \Rightarrow \quad \mathbf{H_1} : d_\mu := \mu^{P2} - \mu^{P1} < -20 \end{cases}$

Application Numérique : `deltaEst.H0` > 0 puisque p-valeur$> 50\%$ et $\widehat{\mu^{P1}}\left(\mathbf{y^{P1}}\right) - \widehat{\mu^{P2}}\left(\mathbf{y^{P2}}\right) - 20 \overset{R}{=}$ `mean(yP1)-mean(yP2)-20` $\simeq 2.9945 > 0$.

Choix du paramètre d_μ pour affirmation d'intérêt $\mathbf{H_1}$ *:* $\mu^{P1} > \mu^{P2} + 20$ *?*

- Indications R :

```
> c(length(yP1),length(yP2),mean(yP1),mean(yP2))
[1] 20 20 97.8735 74.879
> pt(deltaEst.H0,length(yP1)+length(yP2)-2)
[1] 0.8629092 # p-valeur gauche
```

- Deux choix possibles pour le paramètre d_μ et l'affirmation d'intérêt $\mathbf{H_1}$:

paramètre	$d_\mu := \mu^{P1} - \mu^{P2}$	$d_\mu := \mu^{P2} - \mu^{P1}$
$\mathbf{H_1}$	$d_\mu := \mu^{P1} - \mu^{P2} > 20$	$d_\mu := \mu^{P2} - \mu^{P1} < -20$
`deltaEst.H0`	$\widehat{\delta_{d_\mu,20}}\left(\mathbf{y^{P1}}, \mathbf{y^{P2}}\right)$	$\widehat{\delta_{d_\mu,-20}}\left(\mathbf{y^{P2}}, \mathbf{y^{P1}}\right)$
`deltaEst.H0` du signe de	$\widehat{d_\mu}\left(\mathbf{y^{P1}}, \mathbf{y^{P2}}\right) - 20$ $= \widehat{\mu^{P1}}\left(\mathbf{y^{P1}}\right) - \widehat{\mu^{P2}}\left(\mathbf{y^{P2}}\right) - 20$	$\widehat{d_\mu}\left(\mathbf{y^{P2}}, \mathbf{y^{P1}}\right) - (-20)$ $= \widehat{\mu^{P2}}\left(\mathbf{y^{P2}}\right) - \widehat{\mu^{P1}}\left(\mathbf{y^{P1}}\right) - (-20)$

- `deltaEst.H0` et $\widehat{d_\mu}\left(\mathbf{y^{P1}}, \mathbf{y^{P2}}\right) - 20 \begin{cases} \text{mêmes signes} & \Rightarrow \quad \mathbf{H_1} : d_\mu := \mu^{P1} - \mu^{P2} > 20 \\ \text{signes opposés} & \Rightarrow \quad \mathbf{H_1} : d_\mu := \mu^{P2} - \mu^{P1} < -20 \end{cases}$

Application Numérique : `deltaEst.H0` > 0 puisque p-valeur$>$ 50% et
$\widehat{\mu^{P1}}\left(\mathbf{y^{P1}}\right) - \widehat{\mu^{P2}}\left(\mathbf{y^{P2}}\right) - 20 \stackrel{R}{=}$ `mean(yP1)-mean(yP2)-20` $\simeq 2.9945 > 0$.
Mêmes signes $\Rightarrow$ $\boxed{\mathbf{H_1} : d_\mu := \mu^{P1} - \mu^{P2} > 20}$

Plan

Chiffre Affaires - Question 1a

Question Comment s'écrit l'assertion d'intérêt $\mathbf{H_1}$ en fonction des paramètres d'intérêt et d'écart ?

Assertion d'intérêt : le chiffre d'affaires annuel moyen des PME du pays P1 est de plus de 20 unités supérieur à celui du pays P2

Indications R :

```
> c(length(yP1),length(yP2))
[1] 20 20
> mean(yP1)
[1] 97.8735
> mean(yP2)
[1] 74.879
> deltaEst.H0 # instruction R à fournir
[1] 1.109512
> qt(1-.05,38)
[1] 1.685954
```

Chiffre Affaires - Question 1a

Question Comment s'écrit l'assertion d'intérêt $\mathbf{H_1}$ en fonction des paramètres d'intérêt et d'écart ?

$$\mathbf{H_1} : d_\mu := \mu^{P1} - \mu^{P2} > 20 \Longleftrightarrow \delta_{d_\mu,20} := \frac{d_\mu - 20}{\sigma_{\widehat{d_\mu}}} > 0$$

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_1 : d_\mu > 20$

Préliminaire : puisque $(\texttt{mean(yP1)} - \texttt{mean(yP2)} - \texttt{20}) \simeq 2.9945$ est du même signe (i.e. positif) que `deltaEst.H0` , on a :

- *paramètre d'intérêt* : $d_\mu = \mu^{P1} - \mu^{P2}$
- *sa future estimation* : $\widehat{d_\mu}\left(\mathbf{Y^{P1}}, \mathbf{Y^{P2}}\right) = \widehat{\mu^{P1}}\left(\mathbf{Y^{P1}}\right) - \widehat{\mu^{P2}}\left(\mathbf{Y^{P2}}\right)$

Chiffre Affaires - Question 1a

Question : Quelle est la pire des situations, i.e. parmi toutes les situations quelle est celle qui engendre le plus grand risque d'erreur de première espèce ?

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_1 : d_\mu > 20$

Chiffre Affaires - Question 1a

Question : Quelle est la pire des situations, i.e. parmi toutes les situations quelle est celle qui engendre le plus grand risque d'erreur de première espèce ?

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_0 : d_\mu = 20$ vs $\mathbf{H}_1 : d_\mu > 20$

Chiffre Affaires - Question 1a

Question : Quelle est l'information du mathématicien quant au comportement de $\widehat{\delta_{d_\mu,20}}\left(\mathbf{Y^{P1}},\mathbf{Y^{P2}}\right)$ dans la pire des situations ?

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_0 : d_\mu = 20$ vs $\mathbf{H}_1 : d_\mu > 20$

Chiffre Affaires - Question 1a

Question : Quelle est l'information du mathématicien quant au comportement de $\widehat{\delta_{d_\mu,20}}\left(\mathbf{Y^{P1}},\mathbf{Y^{P2}}\right)$ dans la pire des situations ?

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_0 : d_\mu = 20$ vs $\mathbf{H}_1 : d_\mu > 20$
Statistique de test sous $\mathbf{H_0}$:

$$\widehat{\delta_{d_\mu,20}}\left(\mathbf{Y^{P1}},\mathbf{Y^{P2}}\right) = \frac{\widehat{d_\mu}\left(\mathbf{Y^{P1}},\mathbf{Y^{P2}}\right) - 20}{\widehat{\sigma_{\widehat{d_\mu}}}\left(\mathbf{Y^{P1}},\mathbf{Y^{P2}}\right)} \rightsquigarrow \mathcal{S}t(20+20-2)$$

Chiffre Affaires - Question 1a

Question : Comment s'écrit la règle de décision ne produisant pas plus de 5% d'erreur de première espèce ?
Indic R : `deltaEst.H0`$\simeq$`1.109512`
`qt(1-.05,38)`$\simeq$ `1.685954`

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_0 : d_\mu = 20$ vs $\mathbf{H}_1 : d_\mu > 20$
Statistique de test sous $\mathbf{H_0}$:

$$\widehat{\delta_{d_\mu,20}}\left(\mathbf{Y^{P1}},\mathbf{Y^{P2}}\right) = \frac{\widehat{d_\mu}\left(\mathbf{Y^{P1}},\mathbf{Y^{P2}}\right) - 20}{\widehat{\sigma_{\widehat{d_\mu}}}\left(\mathbf{Y^{P1}},\mathbf{Y^{P2}}\right)} \rightsquigarrow \mathcal{S}t(20+20-2)$$

Chiffre Affaires - Question 1a

Question : Comment s'écrit la règle de décision ne produisant pas plus de 5% d'erreur de première espèce ?

Indic R : `deltaEst.H0`$\simeq$`1.109512`

`qt(1-.05,38)`$\simeq$ `1.685954`

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_0$: $d_\mu = 20$ vs $\mathbf{H}_1$: $d_\mu > 20$

Statistique de test sous $\mathbf{H_0}$:

$$\widehat{\delta_{d_\mu,20}}\left(\mathbf{Y^{P1}},\mathbf{Y^{P2}}\right) = \frac{\widehat{d_\mu}\left(\mathbf{Y^{P1}},\mathbf{Y^{P2}}\right) - 20}{\widehat{\sigma_{\widehat{d_\mu}}}\left(\mathbf{Y^{P1}},\mathbf{Y^{P2}}\right)} \rightsquigarrow \mathcal{S}t(20+20-2)$$

Règle de Décision :

Accepter $\mathbf{H_1}$ si $\widehat{\delta_{d_\mu,20}}\left(\mathbf{y^{P1}},\mathbf{y^{P2}}\right) > \delta^+_{lim,5\%}$

Chiffre Affaires - Question 1a

Question : Comment conclueriez-vous au vu des données yP1 et yP2 en R ?

Indic R : `deltaEst.H0`$\simeq$`1.109512`

`qt(1-.05,38)`$\simeq$ `1.685954`

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_0$: $d_\mu = 20$ vs $\mathbf{H}_1$: $d_\mu > 20$

Statistique de test sous $\mathbf{H_0}$:

$$\widehat{\delta_{d_\mu,20}}\left(\mathbf{Y^{P1}},\mathbf{Y^{P2}}\right) = \frac{\widehat{d_\mu}\left(\mathbf{Y^{P1}},\mathbf{Y^{P2}}\right) - 20}{\widehat{\sigma_{\widehat{d_\mu}}}\left(\mathbf{Y^{P1}},\mathbf{Y^{P2}}\right)} \rightsquigarrow \mathcal{S}t(20+20-2)$$

Règle de Décision :

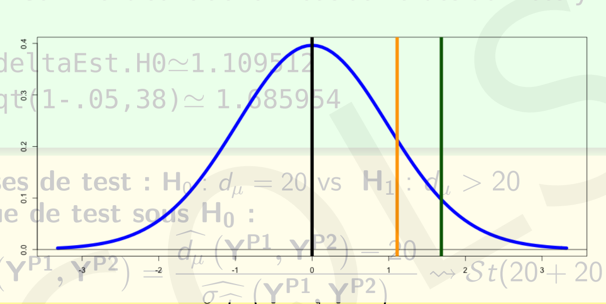
Accepter $\mathbf{H_1}$ si $\widehat{\delta_{d_\mu,20}}\left(\mathbf{y^{P1}},\mathbf{y^{P2}}\right) > \delta^+_{lim,5\%}$

Chiffre Affaires - Question 1a

Question : Comment conclueriez-vous au vu des données yP1 et yP2 en R ?

Indic R : `deltaEst.H0`$\simeq$`1.109512`

`qt(1-.05,38)`$\simeq$ `1.685954`



Hypothèses de test : $\mathbf{H_0} : d_\mu = 20$ vs $\mathbf{H_1} : d_\mu > 20$

Statistique de test sous $\mathbf{H_0}$:

$$\widehat{\delta_{d_\mu,20}}\left(\mathbf{Y^{P1}},\mathbf{Y^{P2}}\right) = \frac{\widehat{d_\mu}\left(\mathbf{Y^{P1}},\mathbf{Y^{P2}}\right) - 20}{\widehat{\sigma_{\widehat{d_\mu}}}\left(\mathbf{Y^{P1}},\mathbf{Y^{P2}}\right)} \leadsto \mathcal{S}t(20+20-2)$$

Règle de Décision :

$$\text{Accepter } \mathbf{H_1} \text{ si } \widehat{\delta_{d_\mu,20}}\left(\mathbf{y^{P1}},\mathbf{y^{P2}}\right) > \delta^+_{lim,5\%}$$

Conclusion : puisqu'au vu des données,

$\widehat{\delta_{d_\mu,20}}\left(\mathbf{y^{P1}},\mathbf{y^{P2}}\right) \overset{R}{=}$ `(mean(yP1)-mean(yP2)-20)/seDMeanG(yP1,yP2)` $\simeq 1.11$

$\not> \delta^+_{lim,5\%} \overset{R}{=}$ `qt(1-.05,38)`$\simeq$`1.686`

on ne peut pas plutôt penser (avec un risque de 5%) que le chiffre d'affaires annuel moyen des PME du pays P1 est de plus de 20 unités supérieur à celui du pays P2

Chiffre Affaires - Question 1a

Question : Comment conclueriez-vous au vu des données yP1 et yP2 en R ?

Indic R : `deltaEst.H0`$\simeq$`1.109512`
`qt(1-.05,38)`$\simeq$ `1.685954`

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_0$: $d_\mu = 20$ vs $\mathbf{H}_1$: $d_\mu > 20$
Statistique de test sous $\mathbf{H_0}$:

$$\widehat{\delta_{d_\mu,20}}\left(\mathbf{Y^{P1}},\mathbf{Y^{P2}}\right) = \frac{\widehat{d_\mu}\left(\mathbf{Y^{P1}},\mathbf{Y^{P2}}\right)-20}{\widehat{\sigma_{\widehat{d_\mu}}}\left(\mathbf{Y^{P1}},\mathbf{Y^{P2}}\right)} \leadsto \mathcal{S}t(20+20-2)$$

Règle de Décision :

$$\text{Accepter } \mathbf{H_1} \text{ si } \widehat{\delta_{d_\mu,20}}\left(\mathbf{y^{P1}},\mathbf{y^{P2}}\right) > \delta^+_{lim,5\%}$$

Conclusion : puisqu'au vu des données,

$\widehat{\delta_{d_\mu,20}}\left(\mathbf{y^{P1}},\mathbf{y^{P2}}\right) \overset{R}{=}$ `(mean(yP1)-mean(yP2)-20)/seDMeanG(yP1,yP2)`$\simeq 1.11$

$\not> \delta^+_{lim,5\%} \overset{R}{=}$ `qt`$(1-.05,38)\simeq 1.686$

on ne peut pas plutôt penser (avec un risque de 5%) que le chiffre d'affaires annuel moyen des PME du pays P1 est de plus de 20 unités supérieur à celui du pays P2

Chiffre Affaires - Question 1b

Question Comment s'écrit l'assertion d'intérêt $\mathbf{H_1}$ en fonction des paramètres d'intérêt et d'écart ?

Assertion d'intérêt : le chiffre d'affaires annuel moyen des PME du pays P1 est de plus de 20 unités supérieur à celui du pays P2

Indications R :

```
> c(length(yP1),length(yP2))
[1] 40 40
> mean(yP1)
[1] 99.50575
> mean(yP2)
[1] 75.467
> pnorm(deltaEst.H0)
[1] 0.9825057
```

Chiffre Affaires - Question 1b

Question Comment s'écrit l'assertion d'intérêt $\mathbf{H_1}$ en fonction des paramètres d'intérêt et d'écart ?

$$\mathbf{H_1} : d_\mu := \mu^{P1} - \mu^{P2} > 20 \Longleftrightarrow \delta_{d_\mu,20} := \frac{d_\mu - 20}{\sigma_{\widehat{d_\mu}}} > 0$$

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_1 : d_\mu > 20$

Préliminaire : puisque $(\texttt{mean(yP1)} - \texttt{mean(yP2)} - \texttt{20}) \simeq 4.03875$ est du même signe (i.e. positif) que `deltaEst.H0` (car p-valeur gauche supérieure à 50%), on a :

- *paramètre d'intérêt* : $d_\mu = \mu^{P1} - \mu^{P2}$
- *sa future estimation* : $\widehat{d_\mu}\left(\mathbf{Y^{P1}}, \mathbf{Y^{P2}}\right) = \widehat{\mu^{P1}}\left(\mathbf{Y^{P1}}\right) - \widehat{\mu^{P2}}\left(\mathbf{Y^{P2}}\right)$

Chiffre Affaires - Question 1b

Question : Quelle est la pire des situations, i.e. parmi toutes les situations quelle est celle qui engendre le plus grand risque d'erreur de première espèce ?

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_1 : d_\mu > 20$

Chiffre Affaires - Question 1b

Question : Quelle est la pire des situations, i.e. parmi toutes les situations quelle est celle qui engendre le plus grand risque d'erreur de première espèce ?

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_0 : d_\mu = 20$ vs $\mathbf{H}_1 : d_\mu > 20$

Chiffre Affaires - Question 1b

Question : Quelle est l'information du mathématicien quant au comportement de $\widehat{\delta_{d_\mu,20}}\left(\mathbf{Y^{P1}},\mathbf{Y^{P2}}\right)$ dans la pire des situations ?

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_0 : d_\mu = 20$ vs $\mathbf{H}_1 : d_\mu > 20$

Chiffre Affaires - Question 1b

Question : Quelle est l'information du mathématicien quant au comportement de $\widehat{\delta_{d_\mu,20}}\left(\mathbf{Y^{P1}},\mathbf{Y^{P2}}\right)$ dans la pire des situations ?

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_0 : d_\mu = 20$ vs $\mathbf{H}_1 : d_\mu > 20$
Statistique de test sous $\mathbf{H_0}$:

$$\widehat{\delta_{d_\mu,20}}\left(\mathbf{Y^{P1}},\mathbf{Y^{P2}}\right) = \frac{\widehat{d_\mu}\left(\mathbf{Y^{P1}},\mathbf{Y^{P2}}\right) - 20}{\widehat{\sigma_{\widehat{d_\mu}}}\left(\mathbf{Y^{P1}},\mathbf{Y^{P2}}\right)} \overset{approx.}{\rightsquigarrow} \mathcal{N}(0,1)$$

Chiffre Affaires - Question 1b

Question : Comment s'écrit la règle de décision ne produisant pas plus de 5% d'erreur de première espèce ?
Indic R : `pnorm(deltaEst.H0)`$\simeq$ `0.9825057`

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_0$: $d_\mu = 20$ vs $\mathbf{H}_1$: $d_\mu > 20$
Statistique de test sous $\mathbf{H_0}$:

$$\widehat{\delta_{d_\mu,20}}\left(\mathbf{Y^{P1}},\mathbf{Y^{P2}}\right) = \frac{\widehat{d_\mu}\left(\mathbf{Y^{P1}},\mathbf{Y^{P2}}\right) - 20}{\widehat{\sigma_{\widehat{d_\mu}}}\left(\mathbf{Y^{P1}},\mathbf{Y^{P2}}\right)} \overset{approx.}{\rightsquigarrow} \mathcal{N}(0,1)$$

Chiffre Affaires - Question 1b

Question : Comment s'écrit la règle de décision ne produisant pas plus de 5% d'erreur de première espèce ?
Indic R : `pnorm(deltaEst.H0)`$\simeq$ `0.9825057`

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_0 : d_\mu = 20$ vs $\mathbf{H}_1 : d_\mu > 20$
Statistique de test sous $\mathbf{H_0}$:

$$\widehat{\delta_{d_\mu,20}}\left(\mathbf{Y^{P1}},\mathbf{Y^{P2}}\right) = \frac{\widehat{d_\mu}\left(\mathbf{Y^{P1}},\mathbf{Y^{P2}}\right) - 20}{\widehat{\sigma_{\widehat{d_\mu}}}\left(\mathbf{Y^{P1}},\mathbf{Y^{P2}}\right)} \overset{approx.}{\rightsquigarrow} \mathcal{N}(0,1)$$

Règle de Décision :

Accepter $\mathbf{H_1}$ si p-valeur (droite) $< 5\%$

Chiffre Affaires - Question 1b

Question : Comment conclueriez-vous au vu des données `yP1` et `yP2` en R ?

Indic R : `pnorm(deltaEst.H0)`$\simeq$ `0.9825057`

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_0$: $d_\mu = 20$ vs $\mathbf{H}_1$: $d_\mu > 20$

Statistique de test sous $\mathbf{H_0}$:

$$\widehat{\delta_{d_\mu,20}}\left(\mathbf{Y^{P1}},\mathbf{Y^{P2}}\right) = \frac{\widehat{d_\mu}\left(\mathbf{Y^{P1}},\mathbf{Y^{P2}}\right) - 20}{\widehat{\sigma_{\widehat{d_\mu}}}\left(\mathbf{Y^{P1}},\mathbf{Y^{P2}}\right)} \overset{approx.}{\rightsquigarrow} \mathcal{N}(0,1)$$

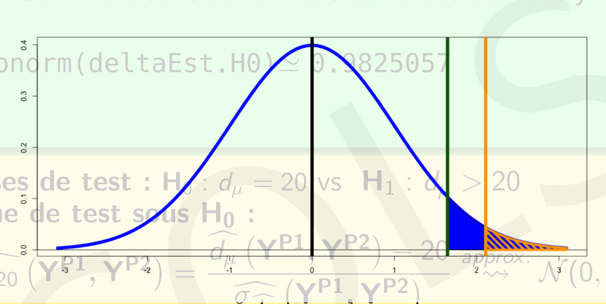
Règle de Décision :

Accepter $\mathbf{H_1}$ si p-valeur (droite) $< 5\%$

Chiffre Affaires - Question 1b

Question : Comment conclueriez-vous au vu des données yP1 et yP2 en R ?

Indic R : `pnorm(deltaEst.H0)` $\simeq$ `0.9825057`



Hypothèses de test : $\mathbf{H_0}$: $d_\mu = 20$ vs $\mathbf{H_1}$: $d_\mu > 20$

Statistique de test sous H₀ :

$$\widehat{\delta_{d_\mu,20}}\left(\mathbf{Y^{P1}},\mathbf{Y^{P2}}\right) = \frac{\widehat{d_\mu}\left(\mathbf{Y^{P1}},\mathbf{Y^{P2}}\right) - 20}{\widehat{\sigma_{\widehat{d_\mu}}}\left(\mathbf{Y^{P1}},\mathbf{Y^{P2}}\right)} \overset{\text{approx.}}{\rightsquigarrow} \mathcal{N}(0,1)$$

Règle de Décision :

Accepter $\mathbf{H_1}$ si p-valeur (droite) $< 5\%$

Conclusion : puisqu'au vu des données,

$$\texttt{p-valeur} \overset{R}{=} 1 - \texttt{pnorm}((\texttt{mean}(\texttt{yP1}) - \texttt{mean}(\texttt{yP2}) - 20)/\texttt{seDMean}(\texttt{yP1},\texttt{yP2})) \simeq 1.75\% < 5\%$$

on peut plutôt penser (avec un risque de 5%) que le chiffre d'affaires annuel moyen des PME du pays P1 est de plus de 20 unités supérieur à celui du pays P2.

Chiffre Affaires - Question 1b

Question : Comment conclueriez-vous au vu des données yP1 et yP2 en R ?

Indic R : `pnorm(deltaEst.H0)`$\simeq$ `0.9825057`

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_0 : d_\mu = 20$ vs $\mathbf{H}_1 : d_\mu > 20$

Statistique de test sous $\mathbf{H_0}$:

$$\widehat{\delta_{d_\mu,20}}\left(\mathbf{Y^{P1}},\mathbf{Y^{P2}}\right) = \frac{\widehat{d_\mu}\left(\mathbf{Y^{P1}},\mathbf{Y^{P2}}\right) - 20}{\widehat{\sigma_{\widehat{d_\mu}}}\left(\mathbf{Y^{P1}},\mathbf{Y^{P2}}\right)} \overset{approx.}{\leadsto} \mathcal{N}(0,1)$$

Règle de Décision :

Accepter $\mathbf{H_1}$ si p-valeur (droite) $< 5\%$

Conclusion : puisqu'au vu des données,

$$\begin{aligned}\texttt{p-valeur} &\overset{R}{=} 1 - \texttt{pnorm}((\texttt{mean}(\texttt{yP1}) - \texttt{mean}(\texttt{yP2}) - \texttt{20})/\texttt{seDMean}(\texttt{yP1},\texttt{yP2})) \\ &\simeq 1.75\% < 5\%\end{aligned}$$

on peut plutôt penser (avec un risque de 5%) que le chiffre d'affaires annuel moyen des PME du pays P1 est de plus de 20 unités supérieur à celui du pays P2.

Chiffre Affaires - Question 2

Question Comment s'écrit l'assertion d'intérêt $\mathbf{H_1}$ en fonction des paramètres d'intérêt et d'écart ?

Assertion d'intérêt : le C.A. annuel moyen des PME du pays P1 est de plus de 20% supérieur à celui du pays P2

Indications R :

```
> c(length(yP1),length(yP2))
[1] 40 40
> mean(yP1)
[1] 99.50575
> mean(yP2)
[1] 75.467
> deltaEst.H0 # instruction R à fournir
[1] 4.155933
> qnorm(1-.05)
[1] 1.644854
```

Chiffre Affaires - Question 2

Question Comment s'écrit l'assertion d'intérêt $\mathbf{H_1}$ en fonction des paramètres d'intérêt et d'écart ?

$$\mathbf{H_1} : r_\mu := \frac{\mu^{P1}}{\mu^{P2}} > 1.2 \Longleftrightarrow \delta_{r_\mu,1.2} := \frac{r_\mu - 1.2}{\sigma_{\widehat{r_\mu}}} > 0$$

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_1 : r_\mu > 1.2$

Préliminaire : puisque $(\texttt{mean(yP1)/mean(yP2)} - 1.2) \simeq 0.1185333$ est du même signe (i.e. positif) que `deltaEst.H0` , on a :

- *paramètre d'intérêt* : $r_\mu = \dfrac{\mu^{P1}}{\mu^{P2}}$
- *sa future estimation* : $\widehat{r_\mu}\left(\mathbf{Y^{P1}}, \mathbf{Y^{P2}}\right) = \widehat{\mu^{P1}}\left(\mathbf{Y^{P1}}\right) / \widehat{\mu^{P2}}\left(\mathbf{Y^{P2}}\right)$

Chiffre Affaires - Question 2

Question : Quelle est la pire des situations, i.e. parmi toutes les situations quelle est celle qui engendre le plus grand risque d'erreur de première espèce ?

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_1 : r_\mu > 1.2$

Chiffre Affaires - Question 2

Question : Quelle est la pire des situations, i.e. parmi toutes les situations quelle est celle qui engendre le plus grand risque d'erreur de première espèce ?

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_0 : r_\mu = 1.2$ vs $\mathbf{H}_1 : r_\mu > 1.2$

Chiffre Affaires - Question 2

Question : Quelle est l'information du mathématicien quant au comportement de $\widehat{\delta_{r_\mu,1.2}}\left(\mathbf{Y}^{\mathbf{P1}}, \mathbf{Y}^{\mathbf{P2}}\right)$ dans la pire des situations ?

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_0$: $r_\mu = 1.2$ vs $\mathbf{H}_1$: $r_\mu > 1.2$

Chiffre Affaires - Question 2

Question : Quelle est l'information du mathématicien quant au comportement de $\widehat{\delta_{r_\mu,1.2}}\left(\mathbf{Y^{P1}},\mathbf{Y^{P2}}\right)$ dans la pire des situations ?

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_0 : r_\mu = 1.2$ vs $\mathbf{H}_1 : r_\mu > 1.2$
Statistique de test sous $\mathbf{H_0}$:

$$\widehat{\delta_{r_\mu,1.2}}\left(\mathbf{Y^{P1}},\mathbf{Y^{P2}}\right) = \frac{\widehat{r_\mu}\left(\mathbf{Y^{P1}},\mathbf{Y^{P2}}\right) - 1.2}{\widehat{\sigma_{\widehat{r_\mu}}}\left(\mathbf{Y^{P1}},\mathbf{Y^{P2}}\right)} \overset{approx.}{\rightsquigarrow} \mathcal{N}(0,1)$$

Question : Comment s'écrit la règle de décision ne produisant pas plus de 5% d'erreur de première espèce ?

Indic R : `deltaEst.H0`$\simeq$`4.155933`

`qnorm(1-.05)`$\simeq$ `1.644854`

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_0 : r_\mu = 1.2$ vs $\mathbf{H}_1 : r_\mu > 1.2$

Statistique de test sous $\mathbf{H_0}$:

$$\widehat{\delta_{r_\mu,1.2}}\left(\mathbf{Y^{P1}},\mathbf{Y^{P2}}\right) = \frac{\widehat{r_\mu}\left(\mathbf{Y^{P1}},\mathbf{Y^{P2}}\right) - 1.2}{\widehat{\sigma_{\widehat{r_\mu}}}\left(\mathbf{Y^{P1}},\mathbf{Y^{P2}}\right)} \overset{approx.}{\leadsto} \mathcal{N}(0,1)$$

Chiffre Affaires - Question 2

Question : Comment s'écrit la règle de décision ne produisant pas plus de 5% d'erreur de première espèce ?

Indic R : `deltaEst.H0`$\simeq$`4.155933`

`qnorm(1-.05)`$\simeq$ `1.644854`

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_0$: $r_\mu = 1.2$ vs $\mathbf{H}_1$: $r_\mu > 1.2$

Statistique de test sous $\mathbf{H_0}$:

$$\widehat{\delta_{r_\mu,1.2}}\left(\mathbf{Y^{P1}},\mathbf{Y^{P2}}\right) = \frac{\widehat{r_\mu}\left(\mathbf{Y^{P1}},\mathbf{Y^{P2}}\right) - 1.2}{\widehat{\sigma_{\widehat{r_\mu}}}\left(\mathbf{Y^{P1}},\mathbf{Y^{P2}}\right)} \overset{approx.}{\rightsquigarrow} \mathcal{N}(0,1)$$

Règle de Décision :

$$\text{Accepter } \mathbf{H_1} \text{ si } \widehat{\delta_{r_\mu,1.2}}\left(\mathbf{y^{P1}},\mathbf{y^{P2}}\right) > \delta^+_{lim,5\%}$$

Chiffre Affaires - Question 2

Question : Comment conclueriez-vous au vu des données yP1 et yP2 en R ?

Indic R : `deltaEst.H0`$\simeq$`4.155933`
`qnorm(1-.05)`$\simeq$ `1.644854`

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_0$: $r_\mu = 1.2$ vs $\mathbf{H}_1$: $r_\mu > 1.2$
Statistique de test sous $\mathbf{H_0}$:

$$\widehat{\delta_{r_\mu,1.2}}\left(\mathbf{Y^{P1}},\mathbf{Y^{P2}}\right) = \frac{\widehat{r_\mu}\left(\mathbf{Y^{P1}},\mathbf{Y^{P2}}\right) - 1.2}{\widehat{\sigma_{\widehat{r_\mu}}}\left(\mathbf{Y^{P1}},\mathbf{Y^{P2}}\right)} \overset{approx.}{\rightsquigarrow} \mathcal{N}(0,1)$$

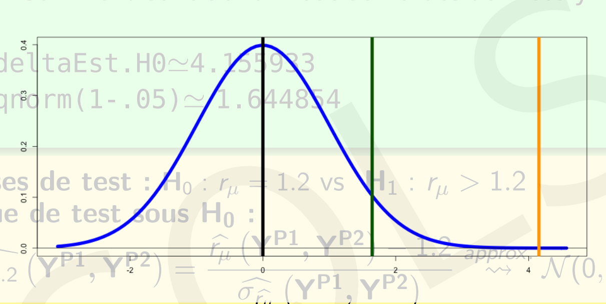
Règle de Décision :

$$\text{Accepter } \mathbf{H_1} \text{ si } \widehat{\delta_{r_\mu,1.2}}\left(\mathbf{y^{P1}},\mathbf{y^{P2}}\right) > \delta^{+}_{lim,5\%}$$

Chiffre Affaires - Question 2

Question : Comment conclueriez-vous au vu des données yP1 et yP2 en R ?

Indic R : `deltaEst.H0`$\simeq$`4.155933`
`qnorm(1-.05)`$\simeq$`1.644854`



Hypothèses de test : $H_0 : r_\mu = 1.2$ vs $H_1 : r_\mu > 1.2$

Statistique de test sous H_0 :

$$\widehat{\delta_{r_\mu,1.2}}\left(\mathbf{Y^{P1}},\mathbf{Y^{P2}}\right) = \frac{\widehat{r_\mu}\left(\mathbf{Y^{P1}},\mathbf{Y^{P2}}\right) - 1.2}{\widehat{\sigma_{\widehat{r_\mu}}}\left(\mathbf{Y^{P1}},\mathbf{Y^{P2}}\right)} \overset{approx.}{\rightsquigarrow} \mathcal{N}(0,1)$$

Règle de Décision :

$$\text{Accepter } \mathbf{H_1} \text{ si } \widehat{\delta_{r_\mu,1.2}}\left(\mathbf{y^{P1}},\mathbf{y^{P2}}\right) > \delta^+_{lim,5\%}$$

Conclusion : puisqu'au vu des données,

$\widehat{\delta_{r_\mu,1.2}}\left(\mathbf{y^{P1}},\mathbf{y^{P2}}\right) \overset{R}{=}$ `(mean(yP1)/mean(yP2)-1.2)/seRMean(yP1,yP2)` $\simeq 4.156$

$> \delta^+_{lim,5\%} \overset{R}{=}$ `qnorm(1-.05)` $\simeq 1.645$

on peut plutôt penser (avec un risque de 5%) que le C.A. annuel moyen des PME du pays P1 est de plus de 20% supérieur à celui du pays P2.

Chiffre Affaires - Question 2

Question : Comment conclueriez-vous au vu des données yP1 et yP2 en R ?

Indic R : `deltaEst.H0`$\simeq$`4.155933`
`qnorm(1-.05)`$\simeq$ `1.644854`

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_0$: $r_\mu = 1.2$ vs $\mathbf{H}_1$: $r_\mu > 1.2$
Statistique de test sous $\mathbf{H_0}$:

$$\widehat{\delta_{r_\mu,1.2}}\left(\mathbf{Y^{P1}},\mathbf{Y^{P2}}\right) = \frac{\widehat{r_\mu}\left(\mathbf{Y^{P1}},\mathbf{Y^{P2}}\right) - 1.2}{\widehat{\sigma_{\widehat{r_\mu}}}\left(\mathbf{Y^{P1}},\mathbf{Y^{P2}}\right)} \overset{approx.}{\rightsquigarrow} \mathcal{N}(0,1)$$

Règle de Décision :

$$\text{Accepter } \mathbf{H_1} \text{ si } \widehat{\delta_{r_\mu,1.2}}\left(\mathbf{y^{P1}},\mathbf{y^{P2}}\right) > \delta^+_{lim,5\%}$$

Conclusion : puisqu'au vu des données,

$$\widehat{\delta_{r_\mu,1.2}}\left(\mathbf{y^{P1}},\mathbf{y^{P2}}\right) \overset{R}{=} \texttt{(mean(yP1)/mean(yP2)-1.2)/seRMean(yP1,yP2)} \simeq 4.156$$

$$> \delta^+_{lim,5\%} \overset{R}{=} \texttt{qnorm}(1-.05) \simeq 1.645$$

on peut plutôt penser (avec un risque de 5%) que le C.A. annuel moyen des PME du pays P1 est de plus de 20% supérieur à celui du pays P2.

Chiffre Affaires - Question 3a

Question Comment s'écrit l'assertion d'intérêt $\mathbf{H_1}$ en fonction des paramètres d'intérêt et d'écart ?

Assertion d'intérêt : les hétérogénéités des chiffres d'affaires annuels des PME des deux pays diffèrent

Indications R :

```
> c(length(yP1),length(yP2))
[1] 20 20
> var(yP1)
[1] 101.4692
> var(yP2)
[1] 44.21577
> pf(deltaEst.H0,19,19)
[1] 0.9609953
```

Chiffre Affaires - Question 3a

Question Comment s'écrit l'assertion d'intérêt $\mathbf{H_1}$ en fonction des paramètres d'intérêt et d'écart ?

$$\mathbf{H_1} : r_{\sigma^2} := \frac{\sigma^2_{P1}}{\sigma^2_{P2}} \neq 1 \Longleftrightarrow \delta_{r_{\sigma^2},1} := \frac{r_{\sigma^2}}{1} \neq 1$$

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_1 : r_{\sigma^2} \neq 1$

Préliminaire :

- *paramètre d'intérêt* : $r_{\sigma^2} = \dfrac{\sigma^2_{P1}}{\sigma^2_{P2}}$
- *sa future estimation* : $\widehat{r_{\sigma^2}}\left(\mathbf{Y^{P1}}, \mathbf{Y^{P2}}\right) = \widehat{\sigma^2_{P1}}\left(\mathbf{Y^{P1}}\right) / \widehat{\sigma^2_{P2}}\left(\mathbf{Y^{P2}}\right)$

Chiffre Affaires - Question 3a

Question : Quelle est la pire des situations, i.e. parmi toutes les situations quelle est celle qui engendre le plus grand risque d'erreur de première espèce ?

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_1 : r_{\sigma^2} \neq 1$

Chiffre Affaires - Question 3a

Question : Quelle est la pire des situations, i.e. parmi toutes les situations quelle est celle qui engendre le plus grand risque d'erreur de première espèce ?

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_0 : r_{\sigma^2} = 1$ vs $\mathbf{H}_1 : r_{\sigma^2} \neq 1$

Chiffre Affaires - Question 3a

Question : Quelle est l'information du mathématicien quant au comportement de $\widehat{\delta_{r_{\sigma^2},1}}\left(\mathbf{Y^{P1}}, \mathbf{Y^{P2}}\right)$ dans la pire des situations ?

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_0 : r_{\sigma^2} = 1$ vs $\mathbf{H}_1 : r_{\sigma^2} \neq 1$

Chiffre Affaires - Question 3a

Question : Quelle est l'information du mathématicien quant au comportement de $\widehat{\delta_{r_{\sigma^2},1}}\left(\mathbf{Y^{P1}},\mathbf{Y^{P2}}\right)$ dans la pire des situations ?

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_0 : r_{\sigma^2} = 1$ vs $\mathbf{H}_1 : r_{\sigma^2} \neq 1$
Statistique de test sous $\mathbf{H_0}$:

$$\widehat{\delta_{r_{\sigma^2},1}}\left(\mathbf{Y^{P1}},\mathbf{Y^{P2}}\right) = \frac{\widehat{r_{\sigma^2}}\left(\mathbf{Y^{P1}},\mathbf{Y^{P2}}\right)}{1} \rightsquigarrow \mathcal{F}(20-1,20-1)$$

Chiffre Affaires - Question 3a

Question : Comment s'écrit la règle de décision ne produisant pas plus de 5% d'erreur de première espèce ?
Indic R : `pf(deltaEst.H0,19,19)`$\simeq$ `0.9609953`

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_0$: $r_{\sigma^2} = 1$ vs $\mathbf{H}_1$: $r_{\sigma^2} \neq 1$
Statistique de test sous $\mathbf{H_0}$:

$$\widehat{\delta_{r_{\sigma^2},1}}\left(\mathbf{Y^{P1}},\mathbf{Y^{P2}}\right) = \frac{\widehat{r_{\sigma^2}}\left(\mathbf{Y^{P1}},\mathbf{Y^{P2}}\right)}{1} \rightsquigarrow \mathcal{F}(20-1,20-1)$$

Chiffre Affaires - Question 3a

Question : Comment s'écrit la règle de décision ne produisant pas plus de 5% d'erreur de première espèce ?
Indic R : `pf(deltaEst.H0,19,19)`$\simeq$ `0.9609953`

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_0$: $r_{\sigma^2} = 1$ vs $\mathbf{H}_1$: $r_{\sigma^2} \neq 1$
Statistique de test sous $\mathbf{H_0}$:

$$\widehat{\delta_{r_{\sigma^2},1}}\left(\mathbf{Y^{P1}},\mathbf{Y^{P2}}\right) = \frac{\widehat{r_{\sigma^2}}\left(\mathbf{Y^{P1}},\mathbf{Y^{P2}}\right)}{1} \rightsquigarrow \mathcal{F}(20-1,20-1)$$

Règle de Décision :

Accepter $\mathbf{H_1}$ si p-valeur (biltatérale) $< 5\%$

Chiffre Affaires - Question 3a

Question : Comment conclueriez-vous au vu des données yP1 et yP2 en R ?

Indic R : `pf(deltaEst.H0,19,19)`$\simeq$ `0.9609953`

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_0$: $r_{\sigma^2} = 1$ vs $\mathbf{H}_1$: $r_{\sigma^2} \neq 1$

Statistique de test sous $\mathbf{H_0}$:

$$\widehat{\delta_{r_{\sigma^2},1}}\left(\mathbf{Y}^{\mathbf{P1}}, \mathbf{Y}^{\mathbf{P2}}\right) = \frac{\widehat{r_{\sigma^2}}\left(\mathbf{Y}^{\mathbf{P1}}, \mathbf{Y}^{\mathbf{P2}}\right)}{1} \rightsquigarrow \mathcal{F}(20-1, 20-1)$$

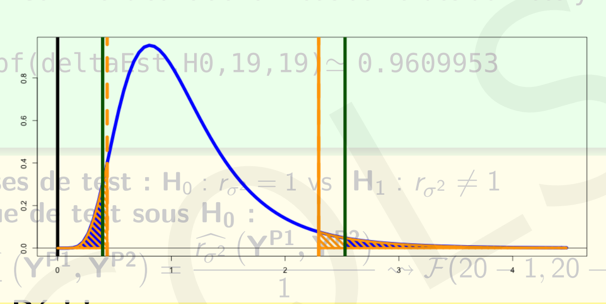
Règle de Décision :

Accepter $\mathbf{H_1}$ si p-valeur (biltatérale) $< 5\%$

Chiffre Affaires - Question 3a

Question : Comment conclueriez-vous au vu des données yP1 et yP2 en R ?

Indic R : `pf(deltaEst.H0,19,19)` $\simeq$ `0.9609953`



Hypothèses de test : $\mathbf{H}_0 : r_{\sigma^2} = 1$ vs $\mathbf{H}_1 : r_{\sigma^2} \neq 1$

Statistique de test sous $\mathbf{H}_0$:

$$\widehat{\delta_{r_{\sigma^2},1}}\left(\mathbf{Y}^{\mathbf{P1}},\mathbf{Y}^{\mathbf{P2}}\right) = \frac{\widehat{r_{\sigma^2}}\left(\mathbf{Y}^{\mathbf{P1}},\mathbf{Y}^{\mathbf{P2}}\right)}{1} \rightsquigarrow \mathcal{F}(20-1,20-1)$$

Règle de Décision :

Accepter $\mathbf{H_1}$ si p-valeur (biltatérale) $<$ 5%

Conclusion : puisqu'au vu des données,

$\texttt{p-valeur} \overset{R}{=} 2 * (1 - \texttt{pf}((\texttt{var}(\texttt{yP1})/\texttt{var}(\texttt{yP2}))/1, 19, 19))$

$\simeq 7.8\% \not< 5\%$

on ne peut pas plutôt penser (avec un risque de 5%) que les hétérogénéités des chiffres d'affaires annuels des PME des deux pays diffèrent.

Chiffre Affaires - Question 3a

Question : Comment conclueriez-vous au vu des données yP1 et yP2 en R ?

Indic R : `pf(deltaEst.H0,19,19)` $\simeq$ `0.9609953`

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_0$: $r_{\sigma^2} = 1$ vs $\mathbf{H}_1$: $r_{\sigma^2} \neq 1$

Statistique de test sous $\mathbf{H_0}$:

$$\widehat{\delta_{r_{\sigma^2},1}}\left(\mathbf{Y^{P1}}, \mathbf{Y^{P2}}\right) = \frac{\widehat{r_{\sigma^2}}\left(\mathbf{Y^{P1}}, \mathbf{Y^{P2}}\right)}{1} \leadsto \mathcal{F}(20-1, 20-1)$$

Règle de Décision :

Accepter $\mathbf{H_1}$ si p-valeur (biltatérale) $< 5\%$

Conclusion : puisqu'au vu des données,

$$\texttt{p-valeur} \stackrel{\mathsf{R}}{=} 2 * (1 - \texttt{pf}((\texttt{var}(\texttt{yP1})/\texttt{var}(\texttt{yP2}))/1, 19, 19))$$
$$\simeq 7.8\% \not< 5\%$$

on ne peut pas plutôt penser (avec un risque de 5%) que les hétérogénéités des chiffres d'affaires annuels des PME des deux pays diffèrent.

Chiffre Affaires - Question 3b

Question Comment s'écrit l'assertion d'intérêt $\mathbf{H_1}$ en fonction des paramètres d'intérêt et d'écart ?

Assertion d'intérêt : les hétérogénéités des chiffres d'affaires annuels des PME des deux pays diffèrent

Indications R :

```
> c(length(yP1),length(yP2))
[1] 40 40
> var(yP1)
[1] 94.55306
> var(yP2)
[1] 52.20786
> pnorm(deltaEst.H0)
[1] 0.9748944
```

Chiffre Affaires - Question 3b

Question Comment s'écrit l'assertion d'intérêt $\mathbf{H_1}$ en fonction des paramètres d'intérêt et d'écart ?

$$\mathbf{H_1}: d_{\sigma^2} := \sigma^2_{P1} - \sigma^2_{P2} \neq 0 \Longleftrightarrow \delta_{d_{\sigma^2},0} := \frac{d_{\sigma^2} - 0}{\sigma_{\widehat{d_{\sigma^2}}}} \neq 0$$

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_1 : d_{\sigma^2} \neq 0$

Préliminaire : puisque `(var(yP1) - var(yP2) - 0)` $\simeq$ 42.3452 est du même signe (i.e. positif) que `deltaEst.H0` (car p-valeur gauche supérieure à 50%), on a :

- *paramètre d'intérêt* : $d_{\sigma^2} = \sigma^2_{P1} - \sigma^2_{P2}$
- *sa future estimation* : $\widehat{d_{\sigma^2}}\left(\mathbf{Y^{P1}}, \mathbf{Y^{P2}}\right) = \widehat{\sigma^2_{P1}}\left(\mathbf{Y^{P1}}\right) - \widehat{\sigma^2_{P2}}\left(\mathbf{Y^{P2}}\right)$

Chiffre Affaires - Question 3b

Question : Quelle est la pire des situations, i.e. parmi toutes les situations quelle est celle qui engendre le plus grand risque d'erreur de première espèce ?

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_1 : d_{\sigma^2} \neq 0$

Chiffre Affaires - Question 3b

Question : Quelle est la pire des situations, i.e. parmi toutes les situations quelle est celle qui engendre le plus grand risque d'erreur de première espèce ?

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_0 : d_{\sigma^2} = 0$ vs $\mathbf{H}_1 : d_{\sigma^2} \neq 0$

Chiffre Affaires - Question 3b

Question : Quelle est l'information du mathématicien quant au comportement de $\widehat{\delta_{d_{\sigma^2},0}}\left(\mathbf{Y}^{\mathbf{P1}},\mathbf{Y}^{\mathbf{P2}}\right)$ dans la pire des situations ?

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_0 : d_{\sigma^2} = 0$ vs $\mathbf{H}_1 : d_{\sigma^2} \neq 0$

Chiffre Affaires - Question 3b

Question : Quelle est l'information du mathématicien quant au comportement de $\widehat{\delta_{d_{\sigma^2},0}}\left(\mathbf{Y^{P1}},\mathbf{Y^{P2}}\right)$ dans la pire des situations ?

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_0 : d_{\sigma^2}=0$ vs $\mathbf{H}_1 : d_{\sigma^2}\neq 0$
Statistique de test sous $\mathbf{H_0}$:

$$\widehat{\delta_{d_{\sigma^2},0}}\left(\mathbf{Y^{P1}},\mathbf{Y^{P2}}\right)=\frac{\widehat{d_{\sigma^2}}\left(\mathbf{Y^{P1}},\mathbf{Y^{P2}}\right)-0}{\widehat{\sigma_{\widehat{d_{\sigma^2}}}}\left(\mathbf{Y^{P1}},\mathbf{Y^{P2}}\right)}\overset{approx.}{\leadsto}\mathcal{N}(0,1)$$

Chiffre Affaires - Question 3b

Question : Comment s'écrit la règle de décision ne produisant pas plus de 5% d'erreur de première espèce ?
Indic R : `pnorm(deltaEst.H0)`$\simeq$ `0.9748944`

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_0 : d_{\sigma^2} = 0$ vs $\mathbf{H}_1 : d_{\sigma^2} \neq 0$
Statistique de test sous $\mathbf{H_0}$:

$$\widehat{\delta_{d_{\sigma^2},0}}\left(\mathbf{Y^{P1}}, \mathbf{Y^{P2}}\right) = \frac{\widehat{d_{\sigma^2}}\left(\mathbf{Y^{P1}}, \mathbf{Y^{P2}}\right) - 0}{\widehat{\sigma_{\widehat{d_{\sigma^2}}}}\left(\mathbf{Y^{P1}}, \mathbf{Y^{P2}}\right)} \overset{approx.}{\rightsquigarrow} \mathcal{N}(0,1)$$

Chiffre Affaires - Question 3b

Question : Comment s'écrit la règle de décision ne produisant pas plus de 5% d'erreur de première espèce ?
Indic R : `pnorm(deltaEst.H0)` $\simeq$ `0.9748944`

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_0 : d_{\sigma^2} = 0$ vs $\mathbf{H}_1 : d_{\sigma^2} \neq 0$
Statistique de test sous $\mathbf{H_0}$:

$$\widehat{\delta_{d_{\sigma^2},0}}\left(\mathbf{Y^{P1}}, \mathbf{Y^{P2}}\right) = \frac{\widehat{d_{\sigma^2}}\left(\mathbf{Y^{P1}}, \mathbf{Y^{P2}}\right) - 0}{\widehat{\sigma_{\widehat{d_{\sigma^2}}}}\left(\mathbf{Y^{P1}}, \mathbf{Y^{P2}}\right)} \overset{approx.}{\rightsquigarrow} \mathcal{N}(0,1)$$

Règle de Décision :
Accepter $\mathbf{H_1}$ si p-valeur (biltatérale) $< 5\%$

Chiffre Affaires - Question 3b

Question : Comment conclueriez-vous au vu des données yP1 et yP2 en R ?

Indic R : `pnorm(deltaEst.H0)`$\simeq$ `0.9748944`

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_0$: $d_{\sigma^2} = 0$ vs $\mathbf{H_1}$: $d_{\sigma^2} \neq 0$

Statistique de test sous $\mathbf{H_0}$:

$$\widehat{\delta_{d_{\sigma^2},0}}\left(\mathbf{Y^{P1}},\mathbf{Y^{P2}}\right) = \frac{\widehat{d_{\sigma^2}}\left(\mathbf{Y^{P1}},\mathbf{Y^{P2}}\right) - 0}{\widehat{\sigma_{\widehat{d_{\sigma^2}}}}\left(\mathbf{Y^{P1}},\mathbf{Y^{P2}}\right)} \overset{approx.}{\leadsto} \mathcal{N}(0,1)$$

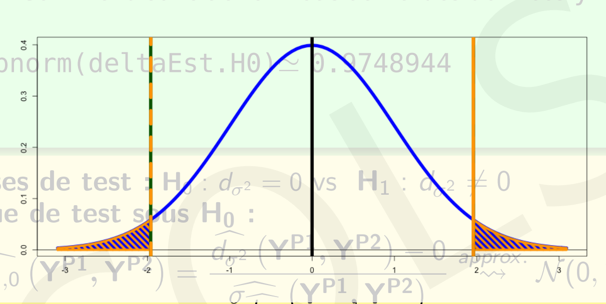
Règle de Décision :

Accepter $\mathbf{H_1}$ si p-valeur (biltatérale) $< 5\%$

Chiffre Affaires - Question 3b

Question : Comment conclueriez-vous au vu des données yP1 et yP2 en R ?

Indic R : `pnorm(deltaEst.H0)` $\simeq$ `0.9748944`



Hypothèses de test : $\mathbf{H_0}$: $d_{\sigma^2} = 0$ vs $\mathbf{H_1}$: $d_{\sigma^2} \neq 0$

Statistique de test sous $\mathbf{H_0}$:

$$\widehat{\delta_{d_{\sigma^2},0}}\left(\mathbf{Y^{P1}},\mathbf{Y^{P2}}\right) = \frac{\widehat{d_{\sigma^2}}\left(\mathbf{Y^{P1}},\mathbf{Y^{P2}}\right) - 0}{\widehat{\sigma_{\widehat{d_{\sigma^2}}}}\left(\mathbf{Y^{P1}},\mathbf{Y^{P2}}\right)} \overset{approx.}{\leadsto} \mathcal{N}(0,1)$$

Règle de Décision :

Accepter $\mathbf{H_1}$ si p-valeur (biltatérale) $<$ 5%

Conclusion : puisqu'au vu des données,

$\texttt{p-valeur} \overset{R}{=} 2 * (1 - \texttt{pnorm}((\texttt{var}(\texttt{yP1}) - \texttt{var}(\texttt{yP2}) - 0)/\texttt{seDVar}(\texttt{yP1},\texttt{yP2})))$

$\simeq 5.02\% \nless 5\%$

on ne peut pas plutôt penser (avec un risque de 5%) que les hétérogénéités des chiffres d'affaires annuels des PME des deux pays diffèrent.

Chiffre Affaires - Question 3b

Question : Comment conclueriez-vous au vu des données yP1 et yP2 en R ?

Indic R : `pnorm(deltaEst.H0)`$\simeq$ `0.9748944`

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_0$: $d_{\sigma^2} = 0$ vs $\mathbf{H}_1$: $d_{\sigma^2} \neq 0$

Statistique de test sous $\mathbf{H_0}$:

$$\widehat{\delta_{d_{\sigma^2},0}}\left(\mathbf{Y^{P1}},\mathbf{Y^{P2}}\right) = \frac{\widehat{d_{\sigma^2}}\left(\mathbf{Y^{P1}},\mathbf{Y^{P2}}\right) - 0}{\widehat{\sigma_{\widehat{d_{\sigma^2}}}}\left(\mathbf{Y^{P1}},\mathbf{Y^{P2}}\right)} \overset{approx.}{\rightsquigarrow} \mathcal{N}(0,1)$$

Règle de Décision :

Accepter $\mathbf{H_1}$ si p-valeur (biltatérale) $< 5\%$

Conclusion : puisqu'au vu des données,

$\texttt{p-valeur} \overset{R}{=} 2 * (1 - \texttt{pnorm}((\texttt{var}(\texttt{yP1}) - \texttt{var}(\texttt{yP2}) - 0)/\texttt{seDVar}(\texttt{yP1},\texttt{yP2})))$

$\simeq 5.02\% \nless 5\%$

on ne peut pas plutôt penser (avec un risque de 5%) que les hétérogénéités des chiffres d'affaires annuels des PME des deux pays diffèrent.

Chiffre Affaires - Question 4a

Question Comment s'écrit l'assertion d'intérêt $\mathbf{H_1}$ en fonction des paramètres d'intérêt et d'écart ?

Assertion d'intérêt : l'hétérogénéité des C.A. annuels des PME de P1 est de plus de 25% supérieure à celle de P2

Indications R :

```
> c(length(yP1),length(yP2))
[1] 20 20
> var(yP1)
[1] 101.4692
> var(yP2)
[1] 44.21577
> pf(deltaEst.H0,19,19)
[1] 0.9026961
```

Chiffre Affaires - Question 4a

Question Comment s'écrit l'assertion d'intérêt $\mathbf{H_1}$ en fonction des paramètres d'intérêt et d'écart ?

$$\mathbf{H_1} : r_{\sigma^2} := \frac{\sigma^2_{P1}}{\sigma^2_{P2}} > 1.25 \Longleftrightarrow \delta_{r_{\sigma^2},1.25} := \frac{r_{\sigma^2}}{1.25} > 1$$

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_1 : r_{\sigma^2} > 1.25$

Préliminaire :

- *paramètre d'intérêt* : $r_{\sigma^2} = \frac{\sigma^2_{P1}}{\sigma^2_{P2}}$
- *sa future estimation* : $\widehat{r_{\sigma^2}}\left(\mathbf{Y^{P1}}, \mathbf{Y^{P2}}\right) = \widehat{\sigma^2_{P1}}\left(\mathbf{Y^{P1}}\right) / \widehat{\sigma^2_{P2}}\left(\mathbf{Y^{P2}}\right)$

Chiffre Affaires - Question 4a

Question : Quelle est la pire des situations, i.e. parmi toutes les situations quelle est celle qui engendre le plus grand risque d'erreur de première espèce ?

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_1 : r_{\sigma^2} > 1.25$

Chiffre Affaires - Question 4a

Question : Quelle est la pire des situations, i.e. parmi toutes les situations quelle est celle qui engendre le plus grand risque d'erreur de première espèce ?

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_0 : r_{\sigma^2} = 1.25$ vs $\mathbf{H}_1 : r_{\sigma^2} > 1.25$

Chiffre Affaires - Question 4a

Question : Quelle est l'information du mathématicien quant au comportement de $\widehat{\delta_{r_{\sigma^2},1.25}}\left(\mathbf{Y^{P1}},\mathbf{Y^{P2}}\right)$ dans la pire des situations ?

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_0 : r_{\sigma^2} = 1.25$ vs $\mathbf{H}_1 : r_{\sigma^2} > 1.25$

Chiffre Affaires - Question 4a

Question : Quelle est l'information du mathématicien quant au comportement de $\widehat{\delta_{r_{\sigma^2},1.25}}\left(\mathbf{Y^{P1}},\mathbf{Y^{P2}}\right)$ dans la pire des situations ?

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_0 : r_{\sigma^2} = 1.25$ vs $\mathbf{H}_1 : r_{\sigma^2} > 1.25$
Statistique de test sous $\mathbf{H_0}$:

$$\widehat{\delta_{r_{\sigma^2},1.25}}\left(\mathbf{Y^{P1}},\mathbf{Y^{P2}}\right) = \frac{\widehat{r_{\sigma^2}}\left(\mathbf{Y^{P1}},\mathbf{Y^{P2}}\right)}{1.25} \rightsquigarrow \mathcal{F}(20-1,20-1)$$

Chiffre Affaires - Question 4a

Question : Comment s'écrit la règle de décision ne produisant pas plus de 5% d'erreur de première espèce ?
Indic R : `pf(deltaEst.H0,19,19)`$\simeq$ `0.9026961`

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_0$: $r_{\sigma^2} = 1.25$ vs $\mathbf{H}_1$: $r_{\sigma^2} > 1.25$
Statistique de test sous $\mathbf{H_0}$:

$$\widehat{\delta_{r_{\sigma^2},1.25}}\left(\mathbf{Y^{P1}},\mathbf{Y^{P2}}\right) = \frac{\widehat{r_{\sigma^2}}\left(\mathbf{Y^{P1}},\mathbf{Y^{P2}}\right)}{1.25} \rightsquigarrow \mathcal{F}(20-1,20-1)$$

Chiffre Affaires - Question 4a

Question : Comment s'écrit la règle de décision ne produisant pas plus de 5% d'erreur de première espèce ?

Indic R : `pf(deltaEst.H0,19,19)`$\simeq$ `0.9026961`

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_0 : r_{\sigma^2} = 1.25$ vs $\mathbf{H}_1 : r_{\sigma^2} > 1.25$

Statistique de test sous $\mathbf{H_0}$:

$$\widehat{\delta_{r_{\sigma^2},1.25}}\left(\mathbf{Y^{P1}},\mathbf{Y^{P2}}\right) = \frac{\widehat{r_{\sigma^2}}\left(\mathbf{Y^{P1}},\mathbf{Y^{P2}}\right)}{1.25} \rightsquigarrow \mathcal{F}(20-1,20-1)$$

Règle de Décision :

Accepter $\mathbf{H_1}$ si p-valeur (droite) $< 5\%$

Chiffre Affaires - Question 4a

Question : Comment conclueriez-vous au vu des données yP1 et yP2 en R ?

Indic R : `pf(deltaEst.H0,19,19)`$\simeq$ `0.9026961`

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_0$: $r_{\sigma^2} = 1.25$ vs $\mathbf{H}_1$: $r_{\sigma^2} > 1.25$

Statistique de test sous $\mathbf{H_0}$:

$$\widehat{\delta_{r_{\sigma^2},1.25}}\left(\mathbf{Y^{P1}},\mathbf{Y^{P2}}\right) = \frac{\widehat{r_{\sigma^2}}\left(\mathbf{Y^{P1}},\mathbf{Y^{P2}}\right)}{1.25} \leadsto \mathcal{F}(20-1,20-1)$$

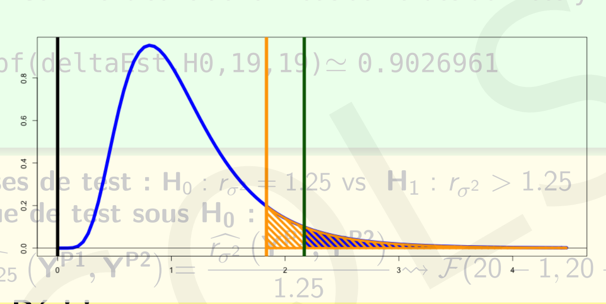
Règle de Décision :

Accepter $\mathbf{H_1}$ si p-valeur (droite) $< 5\%$

Chiffre Affaires - Question 4a

Question : Comment conclueriez-vous au vu des données yP1 et yP2 en R ?

Indic R : `pf(deltaEst.H0,19,19)` $\simeq$ `0.9026961`



Hypothèses de test : $\mathbf{H_0} : r_{\sigma^2} = 1.25$ vs $\mathbf{H_1} : r_{\sigma^2} > 1.25$

Statistique de test sous $\mathbf{H_0}$:

$$\widehat{\delta_{r_{\sigma^2},1.25}}\left(\mathbf{Y^{P1}},\mathbf{Y^{P2}}\right) = \frac{\widehat{r_{\sigma^2}}\left(\mathbf{Y^{P1}},\mathbf{Y^{P2}}\right)}{1.25} \rightsquigarrow \mathcal{F}(20-1,20-1)$$

Règle de Décision :

Accepter $\mathbf{H_1}$ si p-valeur (droite) $< 5\%$

Conclusion : puisqu'au vu des données,

`p-valeur` $\overset{R}{=}$ $1 -$ `pf((var(yP1)/var(yP2))/1.25, 19, 19)`

$\simeq 9.73\% \not< 5\%$

on ne peut pas plutôt penser (avec un risque de 5%) que l'hétérogénéité des C.A. annuels des PME de P1 est de plus de 25% supérieure à celle de P2.

Chiffre Affaires - Question 4a

Question : Comment conclueriez-vous au vu des données yP1 et yP2 en R ?

Indic R : `pf(deltaEst.H0,19,19)`$\simeq$ `0.9026961`

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_0 : r_{\sigma^2} = 1.25$ vs $\mathbf{H}_1 : r_{\sigma^2} > 1.25$

Statistique de test sous $\mathbf{H_0}$:

$$\widehat{\delta_{r_{\sigma^2},1.25}}\left(\mathbf{Y^{P1}},\mathbf{Y^{P2}}\right) = \frac{\widehat{r_{\sigma^2}}\left(\mathbf{Y^{P1}},\mathbf{Y^{P2}}\right)}{1.25} \rightsquigarrow \mathcal{F}(20-1,20-1)$$

Règle de Décision :

Accepter $\mathbf{H_1}$ si p-valeur (droite) $< 5\%$

Conclusion : puisqu'au vu des données,

$$\texttt{p-valeur} \overset{\mathrm{R}}{=} 1 - \texttt{pf((var(yP1)/var(yP2))/1.25, 19, 19)}$$
$$\simeq 9.73\% \not< 5\%$$

on ne peut pas plutôt penser (avec un risque de 5%) que l'hétérogénéité des C.A. annuels des PME de P1 est de plus de 25% supérieure à celle de P2.

Chiffre Affaires - Question 4b

Question Comment s'écrit l'assertion d'intérêt $\mathbf{H_1}$ en fonction des paramètres d'intérêt et d'écart ?
Assertion d'intérêt : l'hétérogénéité des C.A. annuels des PME de P1 est de plus de 25% supérieure à celle de P2

Indications R :

```
> c(length(yP1),length(yP2))
[1] 40 40
> var(yP1)
[1] 94.55306
> var(yP2)
[1] 52.20786
> pnorm(deltaEst.H0)
[1] 0.8334422
```

Chiffre Affaires - Question 4b

Question Comment s'écrit l'assertion d'intérêt $\mathbf{H_1}$ en fonction des paramètres d'intérêt et d'écart ?

$$\mathbf{H_1} : r_{\sigma^2} := \frac{\sigma^2_{P1}}{\sigma^2_{P2}} > 1.25 \Longleftrightarrow \delta_{r_{\sigma^2},1.25} := \frac{r_{\sigma^2} - 1.25}{\sigma_{\widehat{r_{\sigma^2}}}} > 0$$

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_1 : r_{\sigma^2} > 1.25$

Préliminaire : puisque $(\mathtt{var(yP1)/var(yP2)} - 1.25) \simeq 0.5610887$ est du même signe (i.e. positif) que `deltaEst.H0` (car p-valeur gauche supérieure à 50%), on a :

- *paramètre d'intérêt* : $r_{\sigma^2} = \frac{\sigma^2_{P1}}{\sigma^2_{P2}}$
- *sa future estimation* : $\widehat{r_{\sigma^2}}\left(\mathbf{Y^{P1}}, \mathbf{Y^{P2}}\right) = \widehat{\sigma^2_{P1}}\left(\mathbf{Y^{P1}}\right) / \widehat{\sigma^2_{P2}}\left(\mathbf{Y^{P2}}\right)$

Chiffre Affaires - Question 4b

Question : Quelle est la pire des situations, i.e. parmi toutes les situations quelle est celle qui engendre le plus grand risque d'erreur de première espèce ?

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_1 : r_{\sigma^2} > 1.25$

Chiffre Affaires - Question 4b

Question : Quelle est la pire des situations, i.e. parmi toutes les situations quelle est celle qui engendre le plus grand risque d'erreur de première espèce ?

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_0 : r_{\sigma^2} = 1.25$ vs $\mathbf{H}_1 : r_{\sigma^2} > 1.25$

Chiffre Affaires - Question 4b

Question : Quelle est l'information du mathématicien quant au comportement de $\widehat{\delta_{r_{\sigma^2},1.25}}\left(\mathbf{Y^{P1}},\mathbf{Y^{P2}}\right)$ dans la pire des situations ?

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_0 : r_{\sigma^2} = 1.25$ vs $\mathbf{H}_1 : r_{\sigma^2} > 1.25$

Chiffre Affaires - Question 4b

Question : Quelle est l'information du mathématicien quant au comportement de $\widehat{\delta_{r_{\sigma^2},1.25}}\left(\mathbf{Y^{P1}},\mathbf{Y^{P2}}\right)$ dans la pire des situations ?

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_0$: $r_{\sigma^2} = 1.25$ vs $\mathbf{H}_1$: $r_{\sigma^2} > 1.25$

Statistique de test sous $\mathbf{H_0}$:

$$\widehat{\delta_{r_{\sigma^2},1.25}}\left(\mathbf{Y^{P1}},\mathbf{Y^{P2}}\right) = \frac{\widehat{r_{\sigma^2}}\left(\mathbf{Y^{P1}},\mathbf{Y^{P2}}\right) - 1.25}{\widehat{\sigma_{\widehat{r_{\sigma^2}}}}\left(\mathbf{Y^{P1}},\mathbf{Y^{P2}}\right)} \overset{approx.}{\leadsto} \mathcal{N}(0,1)$$

Chiffre Affaires - Question 4b

Question : Comment s'écrit la règle de décision ne produisant pas plus de 5% d'erreur de première espèce ?
Indic R : `pnorm(deltaEst.H0)`$\simeq$ `0.8334422`

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_0 : r_{\sigma^2} = 1.25$ vs $\mathbf{H}_1 : r_{\sigma^2} > 1.25$
Statistique de test sous $\mathbf{H_0}$:

$$\widehat{\delta_{r_{\sigma^2},1.25}}\left(\mathbf{Y^{P1}},\mathbf{Y^{P2}}\right) = \frac{\widehat{r_{\sigma^2}}\left(\mathbf{Y^{P1}},\mathbf{Y^{P2}}\right) - 1.25}{\widehat{\sigma_{\widehat{r_{\sigma^2}}}}\left(\mathbf{Y^{P1}},\mathbf{Y^{P2}}\right)} \overset{approx.}{\rightsquigarrow} \mathcal{N}(0,1)$$

Chiffre Affaires - Question 4b

Question : Comment s'écrit la règle de décision ne produisant pas plus de 5% d'erreur de première espèce ?
Indic R : `pnorm(deltaEst.H0)`$\simeq$ `0.8334422`

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_0$: $r_{\sigma^2} = 1.25$ vs $\mathbf{H}_1$: $r_{\sigma^2} > 1.25$
Statistique de test sous $\mathbf{H_0}$:

$$\widehat{\delta_{r_{\sigma^2},1.25}}\left(\mathbf{Y^{P1}},\mathbf{Y^{P2}}\right) = \frac{\widehat{r_{\sigma^2}}\left(\mathbf{Y^{P1}},\mathbf{Y^{P2}}\right) - 1.25}{\widehat{\sigma_{\widehat{r_{\sigma^2}}}}\left(\mathbf{Y^{P1}},\mathbf{Y^{P2}}\right)} \overset{approx.}{\rightsquigarrow} \mathcal{N}(0,1)$$

Règle de Décision :

Accepter $\mathbf{H_1}$ si p-valeur (droite) $< 5\%$

Chiffre Affaires - Question 4b

Question : Comment conclueriez-vous au vu des données yP1 et yP2 en R ?

Indic R : `pnorm(deltaEst.H0)`$\simeq$ `0.8334422`

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_0$: $r_{\sigma^2} = 1.25$ vs $\mathbf{H}_1$: $r_{\sigma^2} > 1.25$

Statistique de test sous $\mathbf{H_0}$:

$$\widehat{\delta_{r_{\sigma^2},1.25}}\left(\mathbf{Y^{P1}},\mathbf{Y^{P2}}\right) = \frac{\widehat{r_{\sigma^2}}\left(\mathbf{Y^{P1}},\mathbf{Y^{P2}}\right) - 1.25}{\widehat{\sigma_{\widehat{r_{\sigma^2}}}}\left(\mathbf{Y^{P1}},\mathbf{Y^{P2}}\right)} \overset{approx.}{\leadsto} \mathcal{N}(0,1)$$

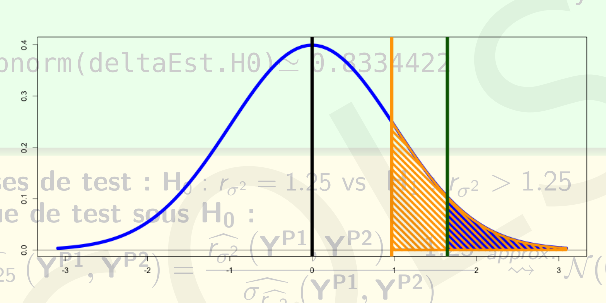
Règle de Décision :

Accepter $\mathbf{H_1}$ si p-valeur (droite) $< 5\%$

Chiffre Affaires - Question 4b

Question : Comment conclueriez-vous au vu des données yP1 et yP2 en R ?

Indic R : `pnorm(deltaEst.H0)` $\simeq$ 0.8334422



Hypothèses de test : $\mathbf{H_0}$: $r_{\sigma^2} = 1.25$ vs $\mathbf{H_1}$: $r_{\sigma^2} > 1.25$

Statistique de test sous $\mathbf{H_0}$:

$$\widehat{\delta_{r_{\sigma^2},1.25}}\left(\mathbf{Y^{P1}},\mathbf{Y^{P2}}\right) = \frac{\widehat{r_{\sigma^2}}\left(\mathbf{Y^{P1}},\mathbf{Y^{P2}}\right) - 1.25}{\widehat{\sigma_{\widehat{r_{\sigma^2}}}}\left(\mathbf{Y^{P1}},\mathbf{Y^{P2}}\right)} \overset{approx.}{\rightsquigarrow} \mathcal{N}(0,1)$$

Règle de Décision :

Accepter $\mathbf{H_1}$ si p-valeur (droite) $<$ 5%

Conclusion : puisqu'au vu des données,

`p-valeur` $\overset{R}{=}$ `1 - pnorm((var(yP1)/var(yP2) - 1.25)/seRVar(yP1, yP2))`
$\simeq$ 16.66% $\not<$ 5%

on ne peut pas plutôt penser (avec un risque de 5%) que l'hétérogénéité des C.A. annuels des PME de P1 est de plus de 25% supérieure à celle de P2.

Chiffre Affaires - Question 4b

Question : Comment conclueriez-vous au vu des données yP1 et yP2 en R ?

Indic R : `pnorm(deltaEst.H0)`$\simeq$ `0.8334422`

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_0$: $r_{\sigma^2} = 1.25$ vs $\mathbf{H}_1$: $r_{\sigma^2} > 1.25$

Statistique de test sous $\mathbf{H_0}$:

$$\widehat{\delta_{r_{\sigma^2},1.25}}\left(\mathbf{Y^{P1}},\mathbf{Y^{P2}}\right) = \frac{\widehat{r_{\sigma^2}}\left(\mathbf{Y^{P1}},\mathbf{Y^{P2}}\right) - 1.25}{\widehat{\sigma_{\widehat{r_{\sigma^2}}}}\left(\mathbf{Y^{P1}},\mathbf{Y^{P2}}\right)} \overset{approx.}{\rightsquigarrow} \mathcal{N}(0,1)$$

Règle de Décision :

Accepter $\mathbf{H_1}$ si p-valeur (droite) $< 5\%$

Conclusion : puisqu'au vu des données,

$\texttt{p-valeur} \overset{R}{=} 1 - \texttt{pnorm((var(yP1)/var(yP2)} - \texttt{1.25)/seRVar(yP1, yP2))}$

$\simeq 16.66\% \nless 5\%$

on ne peut pas plutôt penser (avec un risque de 5%) que l'hétérogénéité des C.A. annuels des PME de P1 est de plus de 25% supérieure à celle de P2.

Chiffre Affaires - Question 5a

Question Comment s'écrit l'assertion d'intérêt $\mathbf{H_1}$ en fonction des paramètres d'intérêt et d'écart ?

Assertion d'intérêt : le chiffre d'affaires annuel moyen des PME a augmenté entre 2004 et 2005 de 10 unités

Indications R :

```
> length(y04-y05)
[1] 20
> mean(y04-y05)
[1] -14.0925
> pt(deltaEst.H0,19)
[1] 0.06435257
```

Chiffre Affaires - Question 5a

Question Comment s'écrit l'assertion d'intérêt $\mathbf{H_1}$ en fonction des paramètres d'intérêt et d'écart ?

$$\mathbf{H_1} : \mu^D < -10 \Longleftrightarrow \delta_{\mu^D,-10} := \frac{\mu^D - (-10)}{\sigma_{\widehat{\mu^D}}} < 0$$

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_1 : \mu^D < -10$

Préliminaire : puisque $(\texttt{mean(y04} - \texttt{y05)} - (-\texttt{10})) \simeq -4.0925$ est du même signe (i.e. négatif que `deltaEst.H0` (car p-valeur gauche inférieure à 50%), on a :

- *variable d'intérêt* : $Y^D = Y^{04} - Y^{05}$
- *paramètre d'intérêt* : $\mu^D =$ "moyenne de Y^D" $= \mu^{04} - \mu^{05}$

Chiffre Affaires - Question 5a

Question : Quelle est la pire des situations, i.e. parmi toutes les situations quelle est celle qui engendre le plus grand risque d'erreur de première espèce ?

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_1 : \mu^D < -10$

Chiffre Affaires - Question 5a

Question : Quelle est la pire des situations, i.e. parmi toutes les situations quelle est celle qui engendre le plus grand risque d'erreur de première espèce ?

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_0 : \mu^D = -10$ vs $\mathbf{H}_1 : \mu^D < -10$

Chiffre Affaires - Question 5a

Question : Quelle est l'information du mathématicien quant au comportement de $\widehat{\delta_{\mu^D,-10}}\left(\mathbf{Y^D}\right)$ dans la pire des situations ?

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_0 : \mu^D = -10$ vs $\mathbf{H}_1 : \mu^D < -10$

Chiffre Affaires - Question 5a

Question : Quelle est l'information du mathématicien quant au comportement de $\widehat{\delta_{\mu^D,-10}}\left(\mathbf{Y^D}\right)$ dans la pire des situations ?

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_0 : \mu^D = -10$ vs $\mathbf{H}_1 : \mu^D < -10$
Statistique de test sous $\mathbf{H_0}$:

$$\widehat{\delta_{\mu^D,-10}}\left(\mathbf{Y^D}\right) = \frac{\widehat{\mu^D}\left(\mathbf{Y^D}\right) - (-10)}{\widehat{\sigma_{\widehat{\mu^D}}}\left(\mathbf{Y^D}\right)} \leadsto \mathcal{S}t(20-1)$$

Question : Comment s'écrit la règle de décision ne produisant pas plus de 5% d'erreur de première espèce ?
Indic R : `pt(deltaEst.H0,19)`$\simeq$ `0.06435257`

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_0 : \mu^D = -10$ vs $\mathbf{H}_1 : \mu^D < -10$
Statistique de test sous $\mathbf{H_0}$:

$$\widehat{\delta_{\mu^D,-10}}\left(\mathbf{Y^D}\right) = \frac{\widehat{\mu^D}\left(\mathbf{Y^D}\right) - (-10)}{\widehat{\sigma_{\widehat{\mu^D}}}\left(\mathbf{Y^D}\right)} \rightsquigarrow \mathcal{S}t(20-1)$$

Chiffre Affaires - Question 5a

Question : Comment s'écrit la règle de décision ne produisant pas plus de 5% d'erreur de première espèce ?
Indic R : `pt(deltaEst.H0,19)`$\simeq$ `0.06435257`

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_0 : \mu^D = -10$ vs $\mathbf{H}_1 : \mu^D < -10$
Statistique de test sous $\mathbf{H_0}$:

$$\widehat{\delta_{\mu^D,-10}}\left(\mathbf{Y^D}\right) = \frac{\widehat{\mu^D}\left(\mathbf{Y^D}\right) - (-10)}{\widehat{\sigma_{\widehat{\mu^D}}}\left(\mathbf{Y^D}\right)} \rightsquigarrow \mathcal{S}t(20-1)$$

Règle de Décision :

Accepter $\mathbf{H_1}$ si p-valeur (gauche) $< 5\%$

Chiffre Affaires - Question 5a

Question : Comment conclueriez-vous au vu des données `y04-y05` en R ?

Indic R : `pt(deltaEst.H0,19)`$\simeq$ `0.06435257`

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_0 : \mu^D = -10$ vs $\mathbf{H}_1 : \mu^D < -10$

Statistique de test sous $\mathbf{H_0}$:

$$\widehat{\delta_{\mu^D,-10}}\left(\mathbf{Y^D}\right) = \frac{\widehat{\mu^D}\left(\mathbf{Y^D}\right) - (-10)}{\widehat{\sigma_{\widehat{\mu^D}}}\left(\mathbf{Y^D}\right)} \leadsto \mathcal{S}t(20-1)$$

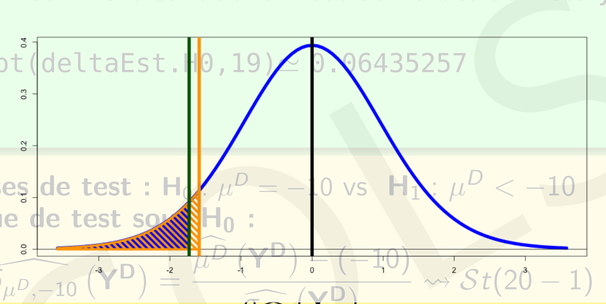
Règle de Décision :

Accepter $\mathbf{H_1}$ si p-valeur (gauche) $< 5\%$

Chiffre Affaires - Question 5a

Question : Comment conclueriez-vous au vu des données `y04-y05` en R ?

Indic R : `pt(deltaEst.H0,19)` $\simeq$ `0.06435257`



Hypothèses de test : $\mathbf{H_0}$: $\mu^D = -10$ vs $\mathbf{H_1}$: $\mu^D < -10$

Statistique de test sous $\mathbf{H_0}$:

$$\widehat{\delta_{\mu^D,-10}}\left(\mathbf{Y^D}\right) = \frac{\widehat{\mu^D}\left(\mathbf{Y^D}\right) - (-10)}{\widehat{\sigma_{\widehat{\mu^D}}}\left(\mathbf{Y^D}\right)} \rightsquigarrow \mathcal{S}t(20-1)$$

Règle de Décision :

Accepter $\mathbf{H_1}$ si p-valeur (gauche) $<$ 5%

Conclusion : puisqu'au vu des données,

`p-valeur` $\stackrel{R}{=}$ `pt((mean(y04 - y05) - (-10))/seMean(y04 - y05), 19)`

$\simeq 6.44\% \not< 5\%$

on ne peut pas plutôt penser (avec un risque de 5%) que le chiffre d'affaires annuel moyen des PME a augmenté entre 2004 et 2005 de 10 unités.

Chiffre Affaires - Question 5a

Question : Comment concluriez-vous au vu des données `y04-y05` en R ?

Indic R : `pt(deltaEst.H0,19)`$\simeq$ `0.06435257`

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_0 : \mu^D = -10$ vs $\mathbf{H}_1 : \mu^D < -10$

Statistique de test sous $\mathbf{H_0}$:

$$\widehat{\delta_{\mu^D,-10}}\left(\mathbf{Y^D}\right) = \frac{\widehat{\mu^D}\left(\mathbf{Y^D}\right) - (-10)}{\widehat{\sigma_{\widehat{\mu^D}}}\left(\mathbf{Y^D}\right)} \rightsquigarrow \mathcal{S}t(20-1)$$

Règle de Décision :

Accepter $\mathbf{H_1}$ si p-valeur (gauche) $< 5\%$

Conclusion : puisqu'au vu des données,

$$\texttt{p-valeur} \overset{\mathrm{R}}{=} \texttt{pt}((\texttt{mean}(\texttt{y04}-\texttt{y05})-(-\texttt{10}))/\texttt{seMean}(\texttt{y04}-\texttt{y05}), \texttt{19})$$
$$\simeq 6.44\% \not< 5\%$$

on ne peut pas plutôt penser (avec un risque de 5%) que le chiffre d'affaires annuel moyen des PME a augmenté entre 2004 et 2005 de 10 unités.

Chiffre Affaires - Question 5b

Question Comment s'écrit l'assertion d'intérêt $\mathbf{H_1}$ en fonction des paramètres d'intérêt et d'écart ?

Assertion d'intérêt : le chiffre d'affaires annuel moyen des PME a augmenté entre 2004 et 2005 de 10 unités

Indications R :

```
> length(y04-y05)
[1] 40
> mean(y04-y05)
[1] -14.46825
> pnorm(deltaEst.H0)
[1] 0.01285186
```

Chiffre Affaires - Question 5b

Question Comment s'écrit l'assertion d'intérêt $\mathbf{H_1}$ en fonction des paramètres d'intérêt et d'écart ?

$$\mathbf{H_1} : \mu^D < -10 \Longleftrightarrow \delta_{\mu^D,-10} := \frac{\mu^D - (-10)}{\sigma_{\widehat{\mu^D}}} < 0$$

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_1 : \mu^D < -10$

Préliminaire : puisque $(\mathtt{mean}(\mathtt{y04} - \mathtt{y05}) - (-\mathtt{10})) \simeq -4.46825$ est du même signe (i.e. négatif que `deltaEst.H0` (car p-valeur gauche inférieure à 50%), on a :

- *variable d'intérêt* : $Y^D = Y^{04} - Y^{05}$
- *paramètre d'intérêt* : $\mu^D =$ "moyenne de Y^D" $= \mu^{04} - \mu^{05}$

Chiffre Affaires - Question 5b

Question : Quelle est la pire des situations, i.e. parmi toutes les situations quelle est celle qui engendre le plus grand risque d'erreur de première espèce ?

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_1 : \mu^D < -10$

Chiffre Affaires - Question 5b

Question : Quelle est la pire des situations, i.e. parmi toutes les situations quelle est celle qui engendre le plus grand risque d'erreur de première espèce ?

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_0 : \mu^D = -10$ vs $\mathbf{H}_1 : \mu^D < -10$

Chiffre Affaires - Question 5b

Question : Quelle est l'information du mathématicien quant au comportement de $\widehat{\delta_{\mu^D,-10}}\left(\mathbf{Y^D}\right)$ dans la pire des situations ?

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_0 : \mu^D = -10$ vs $\mathbf{H}_1 : \mu^D < -10$

Chiffre Affaires - Question 5b

Question : Quelle est l'information du mathématicien quant au comportement de $\widehat{\delta_{\mu^D,-10}}\left(\mathbf{Y^D}\right)$ dans la pire des situations ?

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_0 : \mu^D = -10$ vs $\mathbf{H}_1 : \mu^D < -10$
Statistique de test sous $\mathbf{H_0}$:

$$\widehat{\delta_{\mu^D,-10}}\left(\mathbf{Y^D}\right) = \frac{\widehat{\mu^D}\left(\mathbf{Y^D}\right) - (-10)}{\widehat{\sigma_{\widehat{\mu^D}}}\left(\mathbf{Y^D}\right)} \overset{approx.}{\leadsto} \mathcal{N}(0,1)$$

Chiffre Affaires - Question 5b

Question : Comment s'écrit la règle de décision ne produisant pas plus de 5% d'erreur de première espèce ?
Indic R : `pnorm(deltaEst.H0)`$\simeq$ `0.01285186`

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_0 : \mu^D = -10$ vs $\mathbf{H}_1 : \mu^D < -10$
Statistique de test sous $\mathbf{H_0}$:

$$\widehat{\delta_{\mu^D,-10}}\left(\mathbf{Y^D}\right) = \frac{\widehat{\mu^D}\left(\mathbf{Y^D}\right) - (-10)}{\widehat{\sigma_{\widehat{\mu^D}}}\left(\mathbf{Y^D}\right)} \overset{approx.}{\rightsquigarrow} \mathcal{N}(0,1)$$

Chiffre Affaires - Question 5b

Question : Comment s'écrit la règle de décision ne produisant pas plus de 5% d'erreur de première espèce ?
Indic R : `pnorm(deltaEst.H0)`$\simeq$ `0.01285186`

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_0$: $\mu^D = -10$ vs $\mathbf{H}_1$: $\mu^D < -10$
Statistique de test sous $\mathbf{H_0}$:

$$\widehat{\delta_{\mu^D,-10}}\left(\mathbf{Y^D}\right) = \frac{\widehat{\mu^D}\left(\mathbf{Y^D}\right) - (-10)}{\widehat{\sigma_{\widehat{\mu^D}}}\left(\mathbf{Y^D}\right)} \overset{approx.}{\leadsto} \mathcal{N}(0,1)$$

Règle de Décision :

Accepter $\mathbf{H_1}$ si p-valeur (gauche) $<$ 5%

Chiffre Affaires - Question 5b

Question : Comment conclueriez-vous au vu des données `y04-y05` en R ?

Indic R : `pnorm(deltaEst.H0)`$\simeq$ `0.01285186`

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_0 : \mu^D = -10$ vs $\mathbf{H}_1 : \mu^D < -10$

Statistique de test sous $\mathbf{H_0}$:

$$\widehat{\delta_{\mu^D,-10}}\left(\mathbf{Y^D}\right) = \frac{\widehat{\mu^D}\left(\mathbf{Y^D}\right) - (-10)}{\widehat{\sigma_{\widehat{\mu^D}}}\left(\mathbf{Y^D}\right)} \overset{approx.}{\rightsquigarrow} \mathcal{N}(0,1)$$

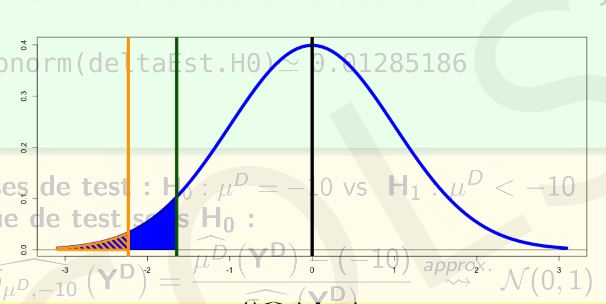
Règle de Décision :

Accepter $\mathbf{H_1}$ si p-valeur (gauche) $< 5\%$

Chiffre Affaires - Question 5b

Question : Comment concluериez-vous au vu des données `y04-y05` en R ?

Indic R : `pnorm(deltaEst.H0)` $\simeq$ `0.01285186`



Hypothèses de test : $\mathbf{H_0}$: $\mu^D = -10$ vs $\mathbf{H_1}$: $\mu^D < -10$

Statistique de test sous $\mathbf{H_0}$:

$$\widehat{\delta_{\mu^D,-10}}\left(\mathbf{Y^D}\right) = \frac{\widehat{\mu^D}\left(\mathbf{Y^D}\right) - (-10)}{\widehat{\sigma_{\widehat{\mu^D}}}\left(\mathbf{Y^D}\right)} \overset{approx.}{\rightsquigarrow} \mathcal{N}(0,1)$$

Règle de Décision :

Accepter $\mathbf{H_1}$ si p-valeur (gauche) $<$ 5%

Conclusion : puisqu'au vu des données,

`p-valeur` $\overset{R}{=}$ pnorm((mean(y04 − y05) − (−10))/seMean(y04 − y05))

$\simeq 1.29\% < 5\%$

on peut plutôt penser (avec un risque de 5%) que le chiffre d'affaires annuel moyen des PME a augmenté entre 2004 et 2005 de 10 unités.

Chiffre Affaires - Question 5b

Question : Comment concluriez-vous au vu des données `y04-y05` en R ?
Indic R : `pnorm(deltaEst.H0)`$\simeq$ `0.01285186`

Hypothèses de test : $\mathbf{H}_0 : \mu^D = -10$ vs $\mathbf{H}_1 : \mu^D < -10$
Statistique de test sous $\mathbf{H_0}$:

$$\widehat{\delta_{\mu^D,-10}}\left(\mathbf{Y^D}\right) = \frac{\widehat{\mu^D}\left(\mathbf{Y^D}\right) - (-10)}{\widehat{\sigma_{\widehat{\mu^D}}}\left(\mathbf{Y^D}\right)} \overset{approx.}{\rightsquigarrow} \mathcal{N}(0,1)$$

Règle de Décision :

Accepter $\mathbf{H_1}$ si p-valeur (gauche) $< 5\%$

Conclusion : puisqu'au vu des données,

$$\texttt{p-valeur} \overset{R}{=} \texttt{pnorm}((\texttt{mean}(\texttt{y04}-\texttt{y05}) - (-\texttt{10}))/\texttt{seMean}(\texttt{y04}-\texttt{y05}))$$
$$\simeq 1.29\% < 5\%$$

on peut plutôt penser (avec un risque de 5%) que le chiffre d'affaires annuel moyen des PME a augmenté entre 2004 et 2005 de 10 unités.